

Propiedades Gamow-Teller en los emisores doble beta 96Zr , 100Mo y 136Xe

María Benítez Galán

TRABAJO DE FIN DE MASTER

Máster interuniversitario de Física nuclear

Septiembre, 2017



Dirigido por:

Elvira Moya de Guerra Valgañón

Pedro Sarriguren Suquilbide

Oscar Moreno Díaz

Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear

Facultad de Ciencias Físicas

Universidad Complutense de Madrid

Departamento de Física y Química Teóricas

Instituto de Estructura de la Materia

CSIC Madrid

Resumen

El presente trabajo se basa principalmente en el estudio teórico de la desintegración doble beta con emisión de dos neutrinos $2\nu\beta\beta$ de los siguientes elementos ^{96}Zr , ^{100}Mo y ^{136}Xe . Realizaremos una descripción de la estructura nuclear de los núcleos inicial y final y a partir de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller calcularemos los elementos de matriz nuclear (NME) de la desintegración doble beta. Compararemos los resultados obtenidos para las distribuciones GT con los valores experimentales obtenidos por reacciones de intercambio de carga para cada una de las ramas de desintegración. Calcularemos el valor de la vida media de los procesos $2\nu\beta\beta$ utilizando los NME y los compararemos con los datos experimentales.

En este trabajo realizaremos una descripción de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller (GT) además de los elementos de matriz nuclear (NME) de un conjunto de núcleos que sufren desintegración doble beta con emisión de neutrinos así como de los núcleos hijo involucrados en dicho proceso. Los emisores doble beta a estudiar serán los núcleos ^{96}Zr , ^{100}Mo y ^{136}Xe . Definiremos su estructura nuclear a partir del método Hartree-Fock (HF) autoconsistente para núcleos deformados con fuerzas de Skyrme. Introduciremos las correlaciones de apareamiento usando la aproximación BCS y utilizando la aproximación de fases aleatorias para cuasipartículas (QRPA) para incluir las fuerzas residuales partícula-hueco y partícula-partícula. Compararemos los resultados obtenidos para las distribuciones de intensidad Gamow-Teller con los datos experimentales extraídos de reacciones de intercambio de carga. Contrastaremos también nuestros resultados para los NME con los extraídos de las vidas medias experimentales de desintegración doble beta con emisión de neutrinos.

Abstract

In this work we study the two neutrino double beta decay $2\nu\beta\beta$ in ^{96}Zr , ^{100}Mo and ^{136}Xe . We describe the nuclear structure of the initial and final nuclei and the energy distribution of the Gamow-Teller (GT) strength. We calculate the nuclear matrix elements (NME). We compare our results for GT strength distributions with the experimental values measured in both directions from charge-exchange reactions. The experimental information to constrain the NMEs calculations is extracted from the measured half-lives.

We describe the Gamow-Teller strength distributions, as well as the nuclear matrix elements in a series of double beta decay partners. The double beta emitters to be studied are the nuclei ^{96}Zr , ^{100}Mo and ^{136}Xe . We use the self-consistent deformed Hartree-Fock (HF) method with Skyrme interactions. Pairing is included in BCS approximation. After the HF+BCS calculation, we introduce the separable spin-isospin residual interactions in both particle-hole and particle-particle channel and solve the random phase approximation for quasiparticles (QRPA) to get GT strength distributions. Our results are compared with experimental information from charge-exchange reactions. We constraint our NMEs results with the values extracted from experimental half-lives of the neutrino double beta decay.

Índice general

1. Introducción	13
1.1. Introducción y motivaciones	13
1.2. Objetivos	14
2. Estructura nuclear	15
2.1. Método de Hartree-Fock	15
2.2. Método de Hartree-Fock con interacción de Skyrme	19
2.3. Método de Hartree-Fock en núcleos deformados	21
2.4. Aproximación BCS (Modelo BCS).	25
2.5. Aproximación de fases aleatorias (RPA)	29
2.5.1. RPA de cuasipartículas (QRPA)	32
2.6. Ecuaciones de QRPA y desintegración β	33
3. Desintegración doble beta	39
3.1. Desintegración beta simple	39
3.1.1. Formalismo teórico	41
3.2. Desintegración doble beta	44
3.2.1. Formalismo teórico	46
4. Resultados	51
4.1. Estructura nuclear	51
4.1.1. Propiedades del estado fundamental	51
4.2. Distribuciones de intensidad Gamow-Teller	54
4.2.1. Distribuciones de intensidad Gamow-Teller a baja energía.	59
4.3. Elementos de matriz nuclear $2\nu\beta\beta$	65
5. Conclusiones	71

Índice de figuras

2.1. Representación esquemática de la forma nuclear para diferentes parámetros de deformación.	24
3.1. Diagrama de Feynmann para la desintegración $2\nu\beta\beta$	45
3.2. Representación de la desintegración doble beta entre los estados $0^+ \rightarrow 0^+$ como dos transiciones de los estados fundamentales núcleos padre e hijo a todos los estados 1^+ del núcleo intermedio.	48
4.1. Energía de excitación en MeV partir de un cálculo de Hartree-Fock frente al parámetro de deformación cuadrupolar β con fuerzas de Skyrme SLy4 y SG2 para los núcleos ^{96}Zr , ^{96}Mo , ^{100}Mo , ^{100}Ru , ^{136}Xe y ^{136}Ba	53
4.2. Gráficas superiores: Representación de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller para los núcleos padre (^{96}Zr) e hijo (^{96}Mo) involucrados en el proceso de desintegración doble beta $^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$ frente a la energía de excitación del núcleo hijo para las distintas deformaciones para las fuerzas SLy4 y SG2. Gráficas inferiores: sumas acumuladas de la distribución de intensidad GT.	55
4.3. Igual que la figura 4.2 para el proceso $^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$	56
4.4. Igual que la figura 4.2 para el proceso $^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$	57
4.5. Figuras columna de la izquierda: Sumas acumuladas de las distribuciones Gamow-Teller (GT^-) de los núcleos padre ^{96}Zr , ^{100}Mo y ^{136}Xe . Figuras columna de la derecha: Sumas acumuladas de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller (GT^+) de los núcleos hijo ^{96}Mo , ^{100}Ru y ^{136}Ba	58
4.6. Representación esquemática de la desintegración $2\nu\beta\beta$ del isótopo ^{96}Zr . La desintegración beta al estado fundamental del núcleo intermedio ^{96}Nb es energéticamente posible pero no sucede debido al momento angular. Las energías de excitación estan dadas en keV.	59
4.7. Gráficas superiores: Representación de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller para los núcleos padre (^{96}Zr) e hijo (^{96}Mo) involucrados en el proceso de desintegración doble beta $^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$ frente a la energía de excitación $[0 - 3,5 \text{ MeV}]$ para las distintas deformaciones para las fuerzas SLy4 y SG2. Gráficas inferiores: sumas acumuladas de la distribución de intensidad GT. Los datos experimentales se han obtenido de [Thi12b] para el ^{96}Zr y de [Doh08] para el ^{96}Mo	60
4.8. Lo mismo que la figura 4.7 para el núcleo ^{100}Mo . Los datos experimentales se han obtenido de la referencia [Thi12c].	61

4.9.	Lo mismo que la figura 4.7 para el núcleo ^{136}Xe . Los datos experimentales se han obtenido de la referencia [Pup11]	62
4.10.	Lo mismo que la figura 4.7 unicamente para la fuerza de Skyrme SG2 y la deformación esférica, para diversas intensidades de la constante de acoplo χ_{ph}^{GT} , dejando fijo el valor de la constante κ_{pp}^{GT}	63
4.11.	Lo mismo que la figura 4.10, para diversas intensidad de la constante de acoplo κ_{pp}^{GT} , dejando fijo el valor de la constante χ_{ph}^{GT}	64
4.12.	Gráfica superior: elementos de matriz nuclear de la desintegración $2\nu\beta\beta$ del isótopo ^{96}Zr para deformaciones iguales en el núcleo padre e hijo frente de la energía de excitación máxima del núcleo intermedio ^{96}Nb . Gráfica inferior: lo mismo que la superior para deformaciones diferentes del núcleo padre e hijo.	66
4.13.	Gráfica superior: elementos de matriz nuclear de la desintegración $2\nu\beta\beta$ del isótopo ^{96}Zr para la fuerza SG2 y la combinación de deformaciones prolada (núcleo padre)-esférica (núcleo hijo) frente a la constante de acoplo κ_{pp} . Gráfica inferior: lo mismo que la superior frente a la constante de acoplo χ_{ph}	67
4.14.	Elementos de matriz nuclear de la desintegración $2\nu\beta\beta$ del isótopo ^{100}Mo para deformaciones iguales en el núcleo padre e hijo frente de la energía de excitación máxima del núcleo intermedio ^{100}Tc	68
4.15.	Lo mismo que en la figura 4.14 para el núcleo ^{136}Xe y para la combinación de las deformaciones esférica (núcleo padre)-prolada (núcleo hijo) para las fuerzas de Skyrme SLy4 y SG2.	69

Índice de tablas

2.1. Parámetros de las fuerzas de Skyrme SG2 y SLy4	20
3.1. Transiciones permitidas de Fermi y Gamow-Teller	42
4.1. Valores de los parámetros de gap para neutrones (Δ_n) y protones (Δ_p), los parámetros b y q de la base del oscilador, la deformación cuadrupolar β , mínimo de energía E_{TOT} y radio de carga r_C para las fuerzas de Skyrme SLy4 y SG2 para todos los mínimos que aparecen en las gráficas de la figura 4.1.	52
4.2. Valores experimentales de la vida media y la integral de espacio de fase de la desintegración doble beta para los núcleos ^{96}Zr , ^{100}Mo y ^{136}Xe extraídos de la referencia [Sto16].	65
4.3. Resultados para los elementos de matriz nuclear de la desintegración doble beta del isótopo ^{100}Mo para mezcla de deformaciones de los núcleos padre e hijo.	69

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción y motivaciones

La desintegración doble beta es un fenómeno ampliamente estudiado en la actualidad. Consiste en dos desintegraciones beta simultáneas. La desintegración doble beta es un proceso de la interacción nuclear débil de segundo orden que solo tiene lugar si otros procesos como la desintegración beta simple están prohibidos. Existen dos tipos de modos de desintegración $\beta\beta$. En uno de ellos se emiten una pareja de leptones cargados y una pareja de neutrinos ($2\nu\beta\beta$), y en el otro modo de desintegración no hay emisión de neutrinos ($0\nu\beta\beta$). Mientras que el primer modo de desintegración es permitido por el modelo estándar, el segundo viola la conservación del número leptónico. La desintegración doble beta sin neutrinos es un proceso de interés teórico y experimental. Este proceso puede ocurrir, si y solo si, el neutrino es una partícula de Majorana. Esto quiere decir que el neutrino es su propia antipartícula.

La desintegración sin emisión de neutrinos no ha sido observada a día de hoy. Si se lograra, su observación nos permitiría obtener el valor de la masa absoluta del neutrino. Se espera que el valor de vida media de este proceso sea de varios órdenes de magnitud mayores al valor para la desintegración $2\nu\beta\beta$. La teoría que describe el caso de la desintegración sin neutrinos es similar en muchos aspectos a la que describe el proceso con emisión de neutrinos. Por lo que el estudio teórico de $2\nu\beta\beta$ es clave para describir más detalladamente el decaimiento sin emisión de neutrinos. El modo de estudio de este tipo de desintegración es a partir de los elementos de matriz nuclear (NME). Para describir teóricamente los NME utilizamos las distribuciones de intensidad Gamow-Teller. Los valores experimentales se obtienen en reacciones de intercambio de carga en las dos direcciones GT^- entre el estado fundamental del núcleo padre y el estado excitado 1^+ del intermedio y GT^+ entre el núcleo hijo y el intermedio entre los mismos estados. Actualmente se utilizan las reacciones (${}^3He, t$) o ($d, {}^2He$), ya que con este tipo de reacciones se obtiene mayor resolución a energías bajas.

Hay 35 isótopos naturales capaces de sufrir la desintegración doble beta. En este trabajo nos centraremos en el estudio teórico de la desintegración doble beta con emisión de neutrinos de los isótopos ${}^{96}Zr$, ${}^{100}Mo$ y ${}^{136}Xe$, obteniendo los elementos de matriz nuclear para este proceso. La elección de estos núcleos se debe a los valores experimentales recientes de las distribuciones de intensidad GT con lo que comparar las distintas ramas del proceso.

1.2. Objetivos

En este trabajo estudiaremos los elementos de matriz nuclear para el proceso de desintegración doble beta, para ello usaremos un formalismo ([SME01]) basado en un cálculo deformador de Hartree-Fock con interacciones de Skyrme y aproximación BCS para describir la estructura nuclear de los núcleos involucrados en el proceso. Mediante la aproximación QRPA incluimos las interacciones espín-isospín. A partir de este formalismo calculamos las distribuciones de intensidad Gamow-Teller con las que obtendremos los elementos de matriz.

Viendo los pasos que seguiremos en detalle. Comenzaremos describiendo la estructura nuclear de los núcleos involucrados en el proceso de la desintegración doble ${}^{96}\text{Zr} \rightarrow {}^{96}\text{Mo}$, ${}^{100}\text{Mo} \rightarrow {}^{100}\text{Ru}$ y ${}^{136}\text{Xe} \rightarrow {}^{136}\text{Ba}$. Realizaremos un cálculo mediante el método Hartree-Fock deformado autoconsistente con fuerzas de Skyrme. Incluiremos el apareamiento mediante la aproximación BCS. Obtendremos parámetros como la deformación cuadrupolar de dichos núcleos.

Introduciremos la interacción residual espín-isospín en los canales partícula-partícula (pp) y partícula-hueco (ph) con las ecuaciones QRPA en los estados fundamentales deformados para obtener las distribuciones de intensidad Gamow-Teller. Compararemos las distribuciones GT con los resultados experimentales medidos en reacciones de intercambio (CER) en ambas direcciones (n, p) y (p, n).

Después de calcular HF+BCS y habiendo introducido las interacciones residuales de espín-isospín para obtener las distribuciones de intensidad Gamow-Teller para las distintas ramas pasamos a calcular los elementos de matriz nuclear a partir de estas distribuciones. Finalmente compararemos estos resultados con los valores experimentales obtenidos a partir de los datos para la vida media del proceso de desintegración doble beta. Estudiaremos además la dependencia de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller y de los elementos de matriz nuclear con los parámetros de la deformación de los núcleos, con el tipo de fuerza utilizada para describir la estructura nuclear de dichos isótopos y con las constantes de acoplo de las interacciones residuales.

Capítulo 2

Estructura nuclear

Comenzaremos describiendo la estructura nuclear de los núcleos involucrados en los procesos ${}^{96}\text{Zr} \rightarrow {}^{96}\text{Mo}$, ${}^{100}\text{Mo} \rightarrow {}^{100}\text{Ru}$ y ${}^{136}\text{Xe} \rightarrow {}^{136}\text{Ba}$. Para describir la estructura realizaremos un cálculo mediante el método Hartree-Fock deformado autoconsistente con interacción nucleón-nucleón de tipo Skyrme. En este trabajo usaremos dos fuerzas de Skyrme la SLy4 y SG2. Expresaremos la función de onda que describe al sistema para muchos cuerpos como un determinante de Slater generado por la función de onda monopartícula expresada en términos de una base del oscilador armónico simétrico axialmente en coordenadas cilíndricas. Incluiremos el apareamiento mediante la aproximación BCS. Además de la solución HF+BCS autoconsistente obtendremos también la deformación cuadrupolar.

2.1. Método de Hartree-Fock

Los modelos microscópicos describen la estructura de los núcleos utilizando grados de libertad nucleónicos. El hamiltoniano que describe dicho modelo debe contener en principio todas las interacciones posibles nucleón-nucleón. Debido a esta complicación utilizaremos el método de Hartree-Fock (HF) ([Har28],[Foc30]) que nos permitirá considerar que los nucleones se mueven de manera independiente en un potencial promedio producido por todos los nucleones. Pasamos de un potencial a dos cuerpos $V(i, j)$ a otro potencial que actúe sobre una sola partícula $V(i)$ a través del principio variacional. Calculando la energía y minimizándola respecto a funciones de onda prueba. Realizamos la siguiente aproximación:

$$V(1\dots A) = \sum_{i < j = 1}^A V(i, j) \simeq \sum_{i=1}^A V(i) \quad (2.1)$$

Para comenzar, asumiremos que existe un potencial promedio monoparticular:

$$H^{HF} = \sum_{i=1}^A h(i)$$

cuya autofunción con el menor autovalor E_0^{HF} corresponde al estado fundamental. La forma de esta autofunción es la de un determinante de Slater, siendo:

$$|HF\rangle = |\Phi(1\dots A)\rangle = \prod_{i=1}^A a_i^\dagger |-\rangle \quad (2.2)$$

Donde a_k^\dagger y a_k son los operadores de creación y destrucción fermiónicos correspondientes a las funciones de onda de partícula independiente φ_k , obedecen las relaciones de conmutación de Fermi. A es el número total de nucleones y $|-\rangle$ es el vacío de partículas. Las funciones Φ deben verificar el principio variacional de modo que

$$\delta \frac{\langle \Phi | H^{HF} | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \Phi \rangle} = 0 \quad (2.3)$$

Siendo φ_k autofunción del hamiltoniano de partícula independiente, cumplen

$$h(i)\varphi_k(i) = \epsilon_k \varphi_k(i), \quad i = \{r_i, s_i, t_i\} \quad (2.4)$$

En adelante, nos referiremos a niveles ocupados (*estados hueco*) con los subíndices i, j y utilizaremos los subíndices m, n para los niveles vacíos (*estados partícula*).

A menudo, se trabaja en un espacio de configuración basado en un conjunto de funciones de onda de partícula independiente $\{\chi_l\}$ arbitrario y ortogonales. A cada función le corresponden los operadores creación y destrucción c_l^\dagger y c_l . Podemos expresar las autofunciones φ_k en función de χ_l mediante una transformación unitaria:

$$\varphi_k = \sum_l D_{lk} \chi_l \quad (2.5)$$

$$a_k^\dagger = \sum_l D_{lk} c_l^\dagger \quad (2.6)$$

$$D^\dagger D = D D^\dagger = 1 \quad (2.7)$$

Ambos conjuntos de operadores satisfacen las relaciones de conmutación de Fermi:

$$\begin{aligned} \{a_k^\dagger, a_{k'}^\dagger\} = \{a_k, a_{k'}\} = 0, \quad \{a_k, a_{k'}^\dagger\} = \delta_{kk'} \\ \{c_l^\dagger, c_{l'}^\dagger\} = \{c_l, c_{l'}\} = 0, \quad \{c_l, c_{l'}^\dagger\} = \delta_{ll'} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Debido a que el determinante de Slater Φ resulta invariante ante cualquier transformación unitaria no mezcla estados partícula-hueco, no existe correspondencia uno a uno entre el determinante de Slater y el conjunto de estados de partícula independiente. Por lo que es conveniente trabajar con la matriz densidad para una sola partícula:

$$\rho_{ll'} = \langle \Phi | c_{l'}^\dagger c_l | \Phi \rangle = \sum_{kk'} D_{l'k'} D_{lk}^* \langle \Phi | a_{k'}^\dagger a_k | \Phi \rangle = \sum_{kk'} D_{l'k'} D_{lk}^* \quad (2.9)$$

La matriz densidad es hermítica y diagonal en la base a_k^\dagger, a_k , siendo los autovalores (niveles de ocupación) 1 para $i \leq A$ para estados hueco y 0 para $i > A$ para estados de partícula. Entre el

determinante de Slater y su matriz densidad existe una correspondencia uno a uno. La densidad de partícula independiente satisface:

$$\rho^2 = \rho \quad (2.10)$$

Por lo que la traza de la matriz densidad es igual al número de nucleones $Tr\rho = A$.

El hamiltoniano del sistema expresado en la nueva base, cuya forma general es proporcionada por el formalismo de segunda cuantización, es:

$$H^{HF} = H = \sum_{l_1 l_2} t_{l_1 l_2} c_{l_1}^\dagger c_{l_2} + \frac{1}{4} \sum_{l_1 l_2 l_3 l_4} \bar{v}_{l_1 l_2 l_3 l_4} c_{l_1}^\dagger c_{l_2}^\dagger c_{l_4} c_{l_3} \quad (2.11)$$

donde

$$\bar{v}_{l_1 l_2 l_3 l_4} = v_{l_1 l_2 l_3 l_4} - v_{l_1 l_2 l_4 l_3} \quad (2.12)$$

Expresamos la energía como un funcional de la densidad de energía, y haciendo uso del teorema de Wick obtenemos:

$$E^{HF} = \langle \Phi | H | \Phi \rangle \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} E^{HF}(\rho) &= \sum_{l_1 l_2} t_{l_1 l_2} \langle \Phi | c_{l_1}^\dagger c_{l_2} | \Phi \rangle + \frac{1}{4} \sum_{l_1 l_2 l_3 l_4} \bar{v}_{l_1 l_2 l_3 l_4} \langle \Phi | c_{l_1}^\dagger c_{l_2}^\dagger c_{l_4} c_{l_3} | \Phi \rangle = \\ &= \sum_{l_1 l_2} t_{l_1 l_2} \rho_{l_2 l_1} + \frac{1}{2} \sum_{l_1 l_2 l_3 l_4} \rho_{l_3 l_1} \bar{v}_{l_1 l_2 l_3 l_4} \rho_{l_4 l_2} = \\ &= Tr(t\rho) + \frac{1}{2} Tr_1 Tr_2(\rho_1 \bar{v} \rho_2) \\ &= \sum_{i=1}^A t_{ii} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^A \bar{v}_{ijij} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Los subíndices 1 y 2 indican de qué modo se deben hacer las trazas. Como la traza es un invariante bajo cambio de base podemos elegir la base en la que ρ es diagonal, siendo esta la base de Hartree-Fock $\{\varphi_k\}$. Para determinar la base de HF minimizaremos la energía a partir del principio variacional para todas las funciones de onda y densidades de partículas que satisfagan $\rho^2 = \rho$. Para pequeñas variaciones se cumple:

$$(\rho + \delta\rho)^2 = \rho + \delta\rho \quad (2.15)$$

Realizamos la variación de energía mediante la variación de la densidad $\delta\rho$, siendo los elementos de matriz hueco-hueco y partícula-partícula nulos. Por lo que en la variación de energía sólo tendremos elementos de matriz que mezclen partícula hueco (hp y ph) de modo que nos aseguramos que la variación esta incluida en el conjunto de determinantes de Slater.

$$\delta E = E(\rho + \delta\rho) - E(\rho) = \sum_{kk'} h_{kk'} \delta\rho_{k'k} = \sum_{mi} h_{mi} \delta\rho_{im} + c.c \quad (2.16)$$

Definimos la matriz hermítica h como

$$h_{kk'} = \frac{\partial E^{HF}(\rho)}{\partial \rho_{k'k}} \quad (2.17)$$

con $h = t + \Gamma$, siendo el campo autoconsistente:

$$\Gamma_{kk'} = \sum_{ll'} \bar{v}_{kl'l'k'} \rho_{ll'} \quad (2.18)$$

que depende de la densidad del núcleo. Es un campo a un cuerpo que se promedia sobre todas las interacciones a dos cuerpos.

Haciendo $\delta E = 0$, la solución que obtenemos es

$$h_{mi} = t_{mi} + \sum_{j=1}^A \bar{v}_{mjij} = 0 \quad (i \leq A, m > A) \quad (2.19)$$

los elementos de matriz ph de la matriz h deben ser nulos. Llegando de ese modo a la conclusión de que h no es mezcla de estados partícula-hueco. De modo que

$$[h, \rho] = [t + \Gamma(\rho), \rho] = 0 \quad (2.20)$$

Debemos diagonalizar h , pero la ecuación (2.20) no es fácil de resolver pues no es lineal. El método HF es un método iterativo, partimos de la matriz densidad para calcular Γ , diagonalizamos h y obtenemos las matrices de transformación D que nos permitan obtener una nueva matriz densidad. Repetiremos el proceso hasta alcanzar la convergencia. Una vez diagonalizada la matriz h , tenemos definida la base de Hartree-Fock y la ecuación se convierte en un problema de autovalores.

$$h_{kk'} = t_{kk'} + \sum_{i=1}^A \bar{v}_{kik'i} = \epsilon_k \delta_{kk'} \quad (2.21)$$

Considerando que la base viene dada por la transformación D, obtenemos las ecuaciones de Hartree-Fock

$$\sum_{l'} h_{ll'} D_{l'k} = \sum_{l'} \left(t_{ll'} + \sum_{i=1}^A \sum_{pp'} \bar{v}_{lp'l'p} D_{pi} D_{p'i}^* \right) D_{l'k} = \epsilon_k D_{lk} \quad (2.22)$$

sigue siendo una ecuación lo lineal pues h depende de ρ , se trata de un problema de autovalores hermítico. Los coeficientes de transformación D determinaran las funciones de onda de partícula independiente asociadas a los operadores creación y destrucción. Por lo que podemos expresar el hamiltoniano para partícula independiente del siguiente modo

$$\begin{aligned} h &= \sum_{kk'} h_{kk'} a_k^\dagger a_{k'} = \sum_{kk'} (t + \Gamma)_{kk'} a_k^\dagger a_{k'} \\ &= \sum_{kk'} \left(t_{kk'} + \sum_{i=1}^A \bar{v}_{kik'i} \right) a_k^\dagger a_{k'} = \\ &= \sum_k \epsilon_k a_k^\dagger a_k \end{aligned} \quad (2.23)$$

Finalmente podemos calcular el valor absoluto de la energía del estado fundamental partiendo de la parte diagonal del hamiltoniano de HF

$$h_{ii} = t_{ii} + \sum_{j=1}^A \bar{v}_{ijij} = \epsilon_i \quad (2.24)$$

Y sustituyendo en la ecuación de la energía (2.21), obtenemos

$$E_0^{HF} = \sum_{i=1}^A \epsilon_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^A \bar{v}_{ijij} \quad (2.25)$$

2.2. Método de Hartree-Fock con interacción de Skyrme

Las aproximaciones de Hartree-Fock en el que se utilizan fuerzas dependientes de la densidad dan una muy buena descripción de las propiedades del estado fundamental tanto de núcleos esféricos como deformados. Entre estas fuerzas se encuentra la interacción de Skyrme ([Sk56], [Sk59]), objeto de nuestro estudio .

En 1956, Skyrme propuso una interacción efectiva nucleón-nucleón que contenía un término a dos cuerpos y otro a tres cuerpos:

$$V = \sum_{i<j} V(i,j) + \sum_{i<j<k} V(i,j,k) \quad (2.26)$$

Skyrme realizó un desarrollo a corto alcance para la interacción a dos cuerpos, obteniendo los siguientes elementos de matriz en el espacio de momentos

$$\langle \vec{k} | V(1,2) | \vec{k}' \rangle = t_0 (1 + x_0 P_\sigma) + \frac{1}{2} t_1 (k^2 + k'^2) + t_2 \vec{k} \cdot \vec{k}' + iW_0 (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \vec{k} \times \vec{k}' \quad (2.27)$$

Donde \vec{k} y \vec{k}' son vectores de onda relativos de los dos nucleones, P_σ es un operador de intercambio de espín y σ las matrices de Pauli.

La interacción a dos cuerpos en el espacio de configuraciones es de la forma

$$\begin{aligned} V(1,2) = & t_0 (1 + x_0 P_\sigma) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + \frac{1}{2} t_1 [\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) k^2 + k'^2 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)] \\ & + t_2 \vec{k}' \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k} + iW_0 (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \vec{k}' \times \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k} \end{aligned} \quad (2.28)$$

donde $\vec{k} = (1/\hbar) \vec{p}$ es el operador momento relativo actuando por la derecha y \vec{k}' por la izquierda

$$\begin{aligned} \vec{k} &= \frac{1}{2i} (\vec{\nabla}_1 - \vec{\nabla}_2) \\ \vec{k}' &= -\frac{1}{2i} (\vec{\nabla}_1 - \vec{\nabla}_2) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Para la interacción a tres cuerpos asumió una fuerza de rango cero de la siguiente forma

$$V(1, 2, 3) = t_3 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \delta(\vec{r}_2 - \vec{r}_3) \quad (2.30)$$

En cálculos para núcleos par-par saturados en espín [VB72] esta fuerza es equivalente a una interacción entre dos cuerpos dependiente de la densidad

$$V_\rho(1, 2) = \frac{1}{6} t_3 (1 + P^\sigma) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \rho \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) \quad (2.31)$$

Este término representa fenomenológicamente los efectos de muchos cuerpos y describe como influyen la presencia del resto de nucleones en la interacción entre dos de ellos. La interacción de Skyrme es una representación aproximada de la fuerza efectiva nucleón-nucleón y solo es válida para momentos relativos bajos.

La expresión general para la interacción de Skyrme para dos cuerpos

$$\begin{aligned} V_{Skyrme} = & t_0 (1 + x_0 P_\sigma) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + \frac{1}{2} t_1 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) (1 + x_1 P_\sigma) (k^2 + k'^2) \\ & + t_2 (1 + x_2 P_\sigma) \vec{k}' \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k} + i W_0 (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \vec{k}' \times \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k} \\ & + \frac{1}{6} t_3 (1 + x_3 P_\sigma) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \rho^\alpha \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.32)$$

El último término contiene la densidad local que ya hemos visto que es equivalente a la interacción a tres cuerpos a rango cero, cuando $\alpha = 1$ y $x_3 = 0$. Los parámetros de la fuerza se ajustan a propiedades de materia nuclear, energías de ligadura y radios experimentales, dando lugar a familias de interacciones tipo Skyrme. En este trabajo emplearemos dos fuerzas de Skyrme diferentes. Por un lado la fuerza SG2 [SG81] de Van Giai y Sagawa, diseñada para ajustarse a propiedades del estado fundamental de núcleos esféricos y propiedades de materia nuclear, además da una buena descripción de las excitaciones Gamow-Teller en núcleos esféricos y de las excitaciones de espín en núcleos deformados. Por otro lado usaremos la fuerza SLy4 propuesta por Chabanat *et al* [Cha98], cuyos parámetros se ajustan a las propiedades de la materia nuclear simétrica, con una ligadura adicional en la ecuación de estado con una alta y baja densidad neutrónica. Ambas fuerzas incluyen términos de intercambio de espín para los términos dependientes de la velocidad. Los valores de los parámetros se muestran en la tabla (2.1).

	t_0 [MeV fm ³]	t_1 [MeV fm ⁵]	t_2 [MeV fm ⁵]	t_3 [MeV fm ⁶]	x_0	x_1	x_2	x_3	W_0 [MeV fm ⁵]	α^{-1}
SG2	-2645.00	340.0	-41.9	15595.0	0.09	-0.06	1.425	0.06	105.0	6.0
SLy4	-2488.91	486.8	-546.4	13777.0	0.83	-0.34	-1.000	1.35	123.0	6.0

Tabla 2.1: Parámetros de las fuerzas de Skyrme SG2 y SLy4

2.3. Método de Hartree-Fock en núcleos deformados

El valor esperado de la energía, considerando las interacciones de Skyrme descritas anteriormente, viene dado por

$$E = \langle \Phi | H | \Phi \rangle = \int \varepsilon(\vec{r}) d\vec{r} \quad (2.33)$$

Siendo Φ la función de onda construida como el determinante de Slater de las funciones de onda de partícula independiente y $\varepsilon(\vec{r})$ el funcional de la densidad de energía, formado por diferentes términos de modo [Sar98]

$$\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon(\vec{r})_{VOL} + \varepsilon(\vec{r})_{SUP} + \varepsilon(\vec{r})_{CIN} + \varepsilon(\vec{r})_{SO} + \varepsilon(\vec{r})_{COUL} \quad (2.34)$$

Las diferentes contribuciones a este funcional son los términos de volumen, superficie, cinético, spin-orbita y de Coulomb (válido solo para protones), y son de la siguiente forma

Término de volumen

$$\begin{aligned} \varepsilon(\vec{r})_{VOL} = & \sum_{s_z t_z} \rho_{s_z t_z} \sum_{s'_z t'_z} \rho_{s'_z t'_z} \left\{ \frac{1}{2} t_0 \left[1 - \delta_{s_z s'_z} \delta_{t_z t'_z} + x_0 \left(\delta_{s_z s'_z} - \delta_{t_z t'_z} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{12} t_3 \rho^\alpha \left[1 - \delta_{s_z s'_z} \delta_{t_z t'_z} + x_3 \left(\delta_{s_z s'_z} - \delta_{t_z t'_z} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Término de superficie

$$\begin{aligned} \varepsilon(\vec{r})_{SUP} = & \sum_{s_z t_z} \rho_{s_z t_z} \sum_{s'_z t'_z} \nabla^2 \rho_{s'_z t'_z} \left\{ \frac{1}{16} t_2 \left[1 + \delta \delta_{t_z t'_z} + x_2 \left(\delta_{s_z s'_z} + \delta_{t_z t'_z} \right) \right] - \right. \\ & \left. - \frac{3}{16} t_1 \left[1 - \delta_{s_z s'_z} \delta_{t_z t'_z} + x_1 \left(\delta_{s_z s'_z} - \delta_{t_z t'_z} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Término cinético

$$\begin{aligned} \varepsilon(\vec{r})_{CIN} = & \sum_{s_z t_z} \rho_{s_z t_z} \sum_{s'_z t'_z} \frac{\tau_{s'_z t'_z}}{4} \left\{ t_2 \left[1 + \delta \delta_{t_z t'_z} + x_2 \left(\delta_{s_z s'_z} + \delta_{t_z t'_z} \right) \right] + \right. \\ & \left. + t_1 \left[1 - \delta_{s_z s'_z} \delta_{t_z t'_z} + x_1 \left(\delta_{s_z s'_z} - \delta_{t_z t'_z} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.37)$$

Término espín-orbita

$$\varepsilon(\vec{r})_{SO} = \sum_{s_z t_z} \rho_{s_z t_z} \sum_{s'_z t'_z} \frac{i}{2} W_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{s'_z t'_z} \left(1 + \delta_{t_z t'_z} \right) \quad (2.38)$$

Término de Coulomb

$$\varepsilon(\vec{r})_{COUL} = \frac{e^2}{2} \int d\vec{r}' \rho_p(\vec{r}) \frac{\rho_p(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \frac{3e^2}{4} \left(\frac{3}{\pi} \rho_p^4(\vec{r}) \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.39)$$

Hemos considerado que el subespacio formado por las funciones de onda ocupadas es invariante bajo inversión temporal, de modo que si un estado individual está ocupado, también lo ha de estar su estado invertido temporalmente.

Podemos expresar la densidad de nucleones, de la energía cinética y las densidades de la interacción espín-isospín en función de las funciones de onda de partícula independiente φ_i como

$$\rho_{st}(\vec{r}) = \sum_i |\varphi_i(\vec{r}, s, t)|^2 \quad (2.40)$$

$$\tau_{st}(\vec{r}) = \sum_i \left| \vec{\nabla} \varphi_i(\vec{r}, s, t) \right|^2 \quad (2.41)$$

$$\vec{J}_{st}(\vec{r}) = \sum_{i, s'} \varphi_i^*(\vec{r}, s', t) \left(-i \vec{\nabla} \times \vec{\sigma} \right) \varphi_i(\vec{r}, s, t) \quad (2.42)$$

siendo

$$\rho_t = \sum_s \rho_{st} \quad (2.43)$$

$$\rho = \sum_{t=p, n} \rho_t \quad (2.44)$$

y análogamente para τ y J .

Consideraremos para núcleos par-par las soluciones a la ecuación de Hartree-Fock tendrán simetría axial [Vau73]. Tomando como eje de simetría el eje z , podemos decir que la tercera componente J_z del momento angular total es un buen número cuántico para los estados de partícula independiente. Siendo Ω_i el autovalor de J_z asociado al estado φ_i , existen soluciones a las ecuaciones de Hartree-Fock de la siguiente forma

$$\varphi_i(\vec{R}, s, t) = \chi_{t_z}(t) \left[\varphi_i^+(r, z) e^{i\Lambda^- \varphi} \chi_{\Sigma^+}(\sigma) + \varphi_i^-(r, z) e^{i\Lambda^+ \varphi} \chi_{\Sigma^-}(\sigma) \right] \quad (2.45)$$

siendo $\Lambda^\pm = \Omega_i \pm \Sigma^\pm$, con $\Sigma^\pm = \pm \frac{1}{2}$ donde Λ y Σ son la proyección del momento angular orbital y del espín a lo largo del eje z respectivamente. Las cantidades r , z y φ son las componentes de \vec{R} en coordenadas cilíndricas. Asumimos también que los estados de partícula independiente i son autoestados de la tercera componente t_z del operador de isospín cuyos autovalores son para protones $t_i = +\frac{1}{2}$ y para neutrones $t_i = -\frac{1}{2}$.

Hemos desarrollado las funciones de onda de partícula individual en términos de las autofunciones de un oscilador armónico con simetría axial en coordenadas cilíndricas

$$V(r, z) = \frac{1}{2} m \omega_\perp^2 r^2 + \frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2 \quad (2.46)$$

Introducimos las constantes del oscilador

$$\beta_\perp = \left(\frac{m \omega_\perp}{\hbar} \right)^{1/2}, \quad \beta_z = \left(\frac{m \omega_z}{\hbar} \right)^{1/2} \quad (2.47)$$

las variables auxiliares

$$\xi = z \beta_z, \quad \eta = r^2 \beta_\perp^2 \quad (2.48)$$

Los números cuánticos $\alpha = \{n_r, n_z, \Lambda, \Sigma\}$ que caracterizan las autofunciones son: el número de nodos en las direcciones r y z , y las proyecciones a lo largo del eje z del momento angular orbital y del espín, respectivamente. Las autofunciones del oscilador pueden escribirse como

$$|\alpha\rangle = |Nn_r n_z \Lambda \Sigma\rangle = \psi_{n_r}^\Lambda(r) \psi_{n_z}(z) \frac{e^{i\Lambda\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \chi_\Sigma(\sigma) \quad (2.49)$$

donde

$$\psi_{n_r}^\Lambda(r) = \mathcal{N}_{n_r}^\Lambda \beta_\perp \sqrt{2} \eta^{\Lambda/2} e^{-\eta/2} L_{n_r}^\Lambda(\eta) \quad (2.50)$$

$$\psi_{n_z}(r) = \mathcal{N}_{n_z} \beta_z^{1/2} e^{-\xi^2/2} H_{n_z}(\xi) \quad (2.51)$$

donde $L_{n_r}^\Lambda(\eta)$ y $H_{n_z}(\xi)$ son los polinomios asociados de Laguerre y los polinomios de Hermite respectivamente [AS70], y las constantes de normalización

$$\mathcal{N}_{n_r}^\Lambda = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi} 2^{n_r} n_r!} \right)^{1/2}, \quad \mathcal{N}_{n_z} = \left(\frac{n_r!}{(n_r + \Lambda)!} \right)^{1/2} \quad (2.52)$$

Debemos tener en cuenta que N no es un número cuántico nuevo, sino que se relaciona con el resto mediante la siguiente expresión $N = 2n_r + n_z + \Lambda$.

Podemos, por lo tanto, reescribir los estados de partícula independiente $|i\rangle$ caracterizándolos mediante los autovalores Ω de J_z , la paridad π_i y la energía ϵ_i de la siguiente forma

$$|i\rangle = \sum_N \frac{(-1)^N + \pi_i}{2} \sum_{n_r, n_z, \Lambda \geq 0, \Sigma} C_{Nn_r n_z \Lambda \Sigma}^i |Nn_r n_z \Lambda \Sigma\rangle \quad (2.53)$$

y su inverso temporal

$$|\bar{i}\rangle = \sum_N \frac{(-1)^N + \pi_i}{2} \sum_{n_r, n_z, \Lambda \geq 0, \Sigma} C_{Nn_r n_z \Lambda \Sigma}^i (-1)^{\frac{1}{2} - \Sigma} |Nn_r n_z - \Lambda - \Sigma\rangle \quad (2.54)$$

Dado que las autofunciones del oscilador armónico definen una base de dimensión infinita, la resolución a este problema consiste en truncar dicha base. El método usual para ello se basa en sumar hasta un N máximo. Por lo que consideraremos 11 capas del oscilador, desde $N = 0$ hasta $N = 10$. Los efectos del truncamiento de la base pueden reducirse a través de la selección apropiada de los parámetros del oscilador β_\perp y β_z , los sustituiremos por los parámetros de volumen b y de deformación q , definidos del siguiente modo

$$b = \left(\frac{m\omega_0}{\hbar} \right)^{1/2} = (\beta_\perp^2 \beta_z)^{1/3}, \quad \omega_0 = (\omega_\perp^2 \omega_z)^{1/3} \quad (2.55)$$

y

$$q = \frac{\omega_\perp}{\omega_z} = \left(\frac{\beta_\perp}{\beta_z} \right)^2 \quad (2.56)$$

Mediante la elección de estos parámetros buscamos minimizar la energía total del estado fundamental del núcleo.

Deformación cuadrupolar

El parámetro de la deformación cuadrupolar del núcleo se define como [BM75]

$$\beta = \sqrt{\frac{\pi}{5}} \frac{Q_p}{Z \langle r_c^2 \rangle} \quad (2.57)$$

siendo Z el número de protones, $\langle r_c^2 \rangle$ el radio cuadrático medio de carga

$$\langle r_c^2 \rangle = \frac{\int r^2 \rho_c(\vec{r}) d\vec{r}}{\int \rho_c(\vec{r}) d\vec{r}} \quad (2.58)$$

con la densidad ρ_c definida de forma análoga a la ecuación (2.40). La deformación nos proporcionará información sobre la forma del núcleo, ya se esférica ($\beta \approx 0$), prolada ($\beta > 0$) u oblada ($\beta < 0$) como vemos en la figura (2.1). El momento cuadrupolar de carga se define como

$$Q_p = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle \Psi | Q_{20}(E2) | \Psi \rangle \quad \text{con } Q_{20}(E2) = e \sum_{j=1}^Z r_j^2 Y_{20}(\theta_j, \varphi_j) \quad (2.59)$$

La deformación cuadrupolar del estado fundamental del núcleo se determina minimizando la energía. Los parámetros de tamaño del oscilador b y de deformación q de la base de las funciones de onda de partícula independiente son consecuentemente elegidos para minimizar la energía en la base truncada.

A pesar de que la deformación nuclear puede obtenerse de manera autoconsistente mediante el método iterativo de Hartree-Fock para núcleos deformados, es posible fijar una deformación nuclear construyendo el valor del momento cuadrupolar y de ese modo obtener la función de onda para esa deformación en particular. Para ello realizaremos un barrido en un rango de deformaciones. Obtenemos una curva de energía frente a deformaciones cuadrupolares cuyos mínimos son las deformaciones de equilibrio, correspondiendo el más profundo de los mínimos al estado fundamental del núcleo. Los mínimos que se encuentran en la región negativa del parámetro de deformación β corresponden a la forma oblada, si se encuentran en la región positiva la forma del estado fundamental del núcleo es prolada. Y si el parámetro de deformación es 0 la forma que minimiza la energía es esférica.

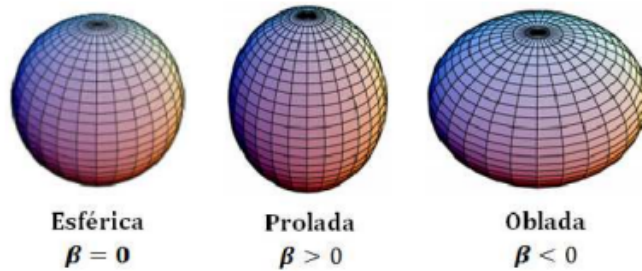


Figura 2.1: Representación esquemática de la forma nuclear para diferentes parámetros de deformación.

Para constreñir en la deformación cuadrupolar introduciremos un término en la expresión del hamiltoniano que incluya la deformación además de un multiplicador de Lagrange [FQKV73].

$$\langle H \rangle + f\left(\mu, \langle \hat{Q} \rangle\right) \quad (2.60)$$

donde μ es una constante, \hat{Q} es igual a la suma de los operadores de momento cuadrupolar de cada partícula y f una función diferenciable de μ y de $\langle \hat{Q} \rangle$.

Minimizando para un μ dado, se obtiene

$$\langle H \rangle = E, \quad \langle \hat{Q} \rangle = Q \quad (2.61)$$

Consideraremos que Q representa el momento cuadrupolar de masa, ya que así tendremos en cuenta al mismo tiempo a los protones y a los neutrones. E podemos tomarla en función de μ o de Q . En nuestro caso utilizaremos un constreñimiento cuadrático para estudiar fácilmente la curva $E(Q)$, su forma es la siguiente

$$E + \frac{1}{2}C \left(\langle \hat{Q} \rangle - \mu \right)^2 \quad (2.62)$$

con $C > 0$. Se han de buscar puntos de tangencia de $E(Q)$ con una parábola invertida que tenga como eje de simetría la línea $Q = \mu$. Siendo el parámetro de curvatura C lo suficientemente grande para que la parábola $-\frac{1}{2}C(Q - \mu)^2$ esté lo suficientemente cerrada como para contener un único punto tangente a $E(Q)$.

2.4. Aproximación BCS (Modelo BCS).

El método Hartree-Fock que hemos introducido anteriormente cuenta solamente con la parte de la interacción nuclear que tiene que ver con las correlaciones de largo alcance partícula-hueco. Este tratamiento es aplicable a unos pocos núcleos doblemente mágicos, ya que, a medida que nos alejamos de los núcleos de capas cerradas, las ocupaciones de los niveles tiene mayor efecto sobre las soluciones a las ecuaciones de HF. De modo que es lógico pensar que puede haber mezcla de configuraciones en la función de onda que describe el núcleo de estudio. Por lo que para introducirlo debemos tener en cuenta las correlaciones entre partícula-partícula o hueco-hueco, es decir, las correlaciones de *pairing* o de apareamiento que se trata de interacciones de corto alcance.

Debemos añadir que existen unos hechos experimentales que respaldan la necesidad de introducir las correlaciones de apareamiento:

- La energía del gap: el espectro de un núcleo deformado muestra diferencias entre núcleos con número de nucleones par o impar. En los núcleos par-par existe un intervalo energético de unos 1.5 MeV entre el estado fundamental y el primer excitado en el que no se encuentran estados de partícula independiente, mientras que en núcleos par-impar los estados colectivos y de partícula independiente se encuentran en el mismo intervalo energético.

- Efecto impar-par: la energía de ligadura de este tipo de núcleos es menor que la de los núcleos par-par.
- Momento de inercia de núcleos deformados: si lo calculamos teóricamente mediante el modelo de partícula independiente los resultados difieren en un factor dos de los datos experimentales. Incluyendo el apareamiento ambos valores coincidirán.
- Momento angular y paridad: la configuración del estado fundamental de los núcleos par-par es siempre 0^+ . Se han encontrado en núcleos par-par niveles bajos con momento angular 2^+ , que se interpretan como rotaciones y no excitaciones de partícula independiente. Los estados vibracionales tienen una fuerte interacción con las correlaciones de apareamiento.

La aproximación BCS tiene en cuenta las correlaciones dominantes de pares de nucleones acoplados a momento angular cero y paridad positiva. Representaremos la función de onda del estado fundamental de un núcleo par-par

$$|BCS\rangle = \prod_{k>0} (u_k + v_k a_k^+ a_{\bar{k}}^+) |0\rangle \quad (2.63)$$

donde u_k y v_k son parámetros variacionales. Para cada estado $k > 0$ existe un estado conjugado $\bar{k} < 0$, donde \bar{k} corresponde con el inverso temporal de k . Los estados $\{k, \bar{k}\}$ generan todo el espacio de partícula independiente. Los valores de u_k y v_k los consideramos reales y deben satisfacer

$$u_k^2 + v_k^2 = 1 \quad (2.64)$$

para la normalización del estado descrito por la función de onda, siendo u_k^2 y v_k^2 las probabilidades de no ocupación y de ocupación de cada nivel de partícula independiente. La función de onda BCS para el estado fundamental de un núcleo par-par es análoga a la función de onda que describe el estado fundamental de un superconductor propuesto por Bardeen, Cooper y Schrieff [BCS57]. Esta función de onda es el vacío del sistema de los operadores de cuasipartícula sin interacciones residuales entre ellos, consiste en pares de nucleones acoplados. Se definen los estados de cuasipartícula del siguiente modo

$$\begin{aligned} \alpha_k^+ &= u_k a_k^+ - v_k a_{\bar{k}} \\ \alpha_{\bar{k}}^+ &= u_k a_{\bar{k}}^+ + v_k a_k \end{aligned} \quad (2.65)$$

de modo que se cumple claramente $\alpha_k |BCS\rangle = 0$ para todo k . La función de onda BCS es invariante bajo inversión temporal y representa sistemas par-par para los que los estados $\{k, \bar{k}\}$ están degenerados en la aproximación de HF.

Podemos redefinir las densidades nucleónicas, de energía cinética y de magnetización partiendo de las probabilidades de ocupación de niveles

$$\rho_{st}(\vec{r}) = 2 \sum_{k>0} v_k^2 |\varphi_k(\vec{r}, s, t)|^2 \quad (2.66)$$

$$\tau_{st}(\vec{r}) = 2 \sum_{k>0} v_k^2 \left| \vec{\nabla} \varphi_k(\vec{r}, s, t) \right|^2 \quad (2.67)$$

$$\vec{J}_{st}(\vec{r}) = 2 \sum_{k>0, s'} v_k^2 \varphi_k^*(\vec{r}, s', t) \left(-i \vec{\nabla} \times \vec{\sigma} \right) \varphi_k(\vec{r}, s, t) \quad (2.68)$$

Aparece un factor dos en las ecuaciones anteriores debido a que necesitamos que los estados invertidos temporalmente tengan la misma probabilidad de ocupación por la invariancia bajo inversión temporal.

Podemos ver que la función de onda BCS es una superposición de estados con números de pares diferentes, por lo tanto, no se conserva el número de partículas. Los parámetros u y v se determinan por la variación de la energía, restringimos esta variación mediante la condición de que el valor esperado del número de partículas tenga el valor deseado

$$\langle BCS | \hat{N} | BCS \rangle = 2 \sum_{k>0} v_k^2 = N \quad (2.69)$$

donde el operador número de partículas independientes es

$$\hat{N} = \sum_{k>0} (a_k^\dagger a_k + a_{\bar{k}}^\dagger a_{\bar{k}}) \quad (2.70)$$

Debemos añadir el término $-\lambda \hat{N}$ al hamiltoniano sobre el que realizaremos la variación para determinar los parámetros u y v

$$H' = H - \lambda \hat{N} \quad (2.71)$$

Fijamos el multiplicador de Lagrange λ mediante la condición de número de partículas, se conoce como *potencial químico* o *energía de Fermi*, representa la variación de la energía $E = \langle BCS | H | BCS \rangle$ al modificar el número de partículas

$$\lambda = \frac{dE}{dN} \quad (2.72)$$

Tomando el hamiltoniano general para un sistema de muchos cuerpos

$$H = \sum_{k_1 k_2} t_{k_1 k_2} a_{k_1}^\dagger a_{k_2} + \frac{1}{4} \sum_{k_1 k_2 k_3 k_4} \bar{v}_{k_1 k_2 k_3 k_4} a_{k_1}^\dagger a_{k_2}^\dagger a_{k_4} a_{k_3} \quad (2.73)$$

y la definición para la función de onda BCS, obtenemos el valor esperado de H'

$$\begin{aligned} \langle BCS | H' | BCS \rangle &= \sum_k \left\{ (t_{kk} - \lambda) v_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k'} \bar{v}_{kk'kk'} v_k^2 v_{k'}^2 \right\} \\ &+ \sum_{kk'>0} \bar{v}_{kk'kk'} u_k v_k u_{k'} v_{k'} \end{aligned} \quad (2.74)$$

Dado que la función de onda BCS esta determinada por los parámetros v_k y la condición (suma de cuadrados), la variación da

$$\delta \langle BCS | H' | BCS \rangle = \left(\frac{\partial}{\partial v_k} + \frac{\partial u_k}{\partial v_k} + \frac{\partial}{\partial u_k} \right) \langle BCS | H' | BCS \rangle = 0 \quad (2.75)$$

Derivando obtenemos el conjunto de ecuaciones de BCS

$$2\tilde{\epsilon}_k u_k v_k + \Delta_k (v_k^2 - u_k^2) = 0 \quad k > 0 \quad (2.76)$$

donde la energía relativa al nivel de Fermi

$$\tilde{\epsilon}_k = \frac{1}{2} \left(t_{kk} + t_{\bar{k}\bar{k}} + \sum_{k'} (\bar{v}_{kk'k'} + \bar{v}_{\bar{k}k'\bar{k}}) v_{k'}^2 \right) - \lambda \quad (2.77)$$

y el parámetro o energía de *gap*

$$\Delta_k = - \sum_{k' > 0} \bar{v}_{k\bar{k}k'\bar{k}'} u_{k'} v_{k'} \quad (2.78)$$

Para valores fijos de $\tilde{\epsilon}_k$ y Δ_k y usando la ecuación de normalización en las ecuaciones de BCS llegamos a

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\tilde{\epsilon}_k}{E_k} \right], \quad u_k^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\tilde{\epsilon}_k}{E_k} \right] \quad (2.79)$$

con $E_k = \sqrt{\tilde{\epsilon}_k^2 + \Delta_k^2}$.

Para el caso de una interacción de apareamiento pura del siguiente modo

$$V_p = -G \sum_{k, k' > 0} a_k^+ a_{\bar{k}}^+ a_{\bar{k}'} a_{k'} \quad (2.80)$$

tenemos el siguiente hamiltoniano

$$H = \sum_{k > 0} \epsilon_k (a_k^+ a_k + a_{\bar{k}}^+ a_{\bar{k}}) - G \sum_{k, k' > 0} a_k^+ a_{\bar{k}}^+ a_{\bar{k}'} a_{k'} \quad (2.81)$$

El valor esperado de H' es ahora

$$\langle BCS | H' | BCS \rangle = 2 \sum_{k > 0} \left(\tilde{\epsilon}_k v_k^2 + \frac{1}{2} G v_k^4 \right) - \frac{\Delta^2}{G} \quad (2.82)$$

con el siguiente valor del parámetro de *gap*

$$\Delta = G \sum_{k > 0} u_k v_k \quad (2.83)$$

y

$$\tilde{\epsilon}_k = \epsilon_k - \lambda - G v_k^2 \simeq \epsilon_k - \lambda \quad (2.84)$$

A partir de la ecuación de *gap* y la condición de número de partículas llegamos a las siguientes soluciones de las ecuaciones de BCS

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\epsilon_k - \lambda}{E_k} \right], \quad u_k^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\epsilon_k - \lambda}{E_k} \right] \quad (2.85)$$

donde

$$E_k = \sqrt{(\epsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (2.86)$$

Vautherin propuso una variación al método BCS [Vau73], en la que se trata el *gap* de apareamiento Δ como el parámetro fundamental, en lugar de la fuerza de interacción G . Puesto que Δ se puede obtener a partir de las diferencias experimentales de masa par-impar, siendo equivalente a quitar un parámetro de cálculo.

En nuestro caso los parámetros de *gap* se determinan fenomenológicamente a partir de las diferencias de masa par-impar mediante las ecuaciones tomadas de [AW95]

$$\Delta_n = -\frac{1}{8} [B(N-2, Z) - 4B(N-1, Z) + 6B(N, Z) - 4B(N+1, Z) + B(N+2, Z)] \quad (2.87)$$

$$\Delta_p = -\frac{1}{8} [B(N, Z-2) - 4B(N, Z-1) + 6B(N, Z) - 4B(N, Z+1) + B(N, Z+2)] \quad (2.88)$$

Para realizar el cálculo conocido como HF+BCS resolveremos iterativamente las ecuaciones de BCS para determinar los niveles de Fermi λ , las ocupaciones y las energías de cuasipartículas. Las soluciones de v_k y u_k obtenidas se introducen de nuevo en las ecuaciones para las densidades nucleónicas, de energía cinética y de magnetización, y se rehace el cálculo de HF. El procedimiento HF+BCS con fuerzas de Skyrme describe bastante bien las propiedades del estado fundamental, tales como energías, radios cuadráticos medios, distribuciones de densidad espacial y de momentos de núcleos con $A \geq 16$.

2.5. Aproximación de fases aleatorias (RPA)

Existe una serie de estados colectivos excitados en los núcleos cuyas características no pueden explicarse sólo con un modelo de partículas independientes estático. Para tenerlos en cuenta incluiremos en nuestros cálculos descritos anteriormente la aproximación de RPA (*Random Phase Approximation*). En RPA no sólo consideraremos correlaciones en los estados excitados (siempre dentro del espacio de excitaciones 1p-1h), sino también en el estado fundamental de forma aproximada. Usaremos para su desarrollo el método de la ecuación de movimiento [RS80, Row70, Ost92].

Comenzaremos suponiendo que un estado excitado de un sistema de A partículas se puede representar formalmente a través del operador de creación Q_v^+ [Ro68] del siguiente modo

$$|v\rangle = Q_v^+ |0\rangle \quad (2.89)$$

donde $|0\rangle$ es un estado fundamental exacto definido por

$$Q_v |0\rangle = 0 \quad (2.90)$$

siendo Q_v es un operador de destrucción. El índice v representa los autoestados del sistema respecto al hamiltoniano H

$$H |v\rangle = E_v |v\rangle \quad (2.91)$$

Obtenemos de la ecuación de Schrödinger (2.91), la ecuación de movimiento para Q_v^+

$$[H, Q_v^+] |0\rangle = (E_v - E_0) Q_v^+ |0\rangle = \omega_{v0} Q_v^+ |0\rangle \quad (2.92)$$

Donde ω_{v0} es la energía de excitación del estado $|v\rangle$ con respecto a $|0\rangle$. Multiplicamos por la izquierda por un estado arbitrario $\langle 0|$ δQ se llega a

$$\langle 0| [\delta Q, [H, Q_v^+]] |0\rangle = (E_v - E_0) \langle 0| [\delta Q, Q_v^+] |0\rangle = \omega_{v0} \langle 0| [\delta Q, Q_v^+] |0\rangle \quad (2.93)$$

podemos usar el conmutador, ya que $\langle 0| Q_v^+ = \langle 0| H Q_v^+ = 0$. Hasta ahora, no hemos hecho ninguna aproximación. Podemos decir que la ecuación (2.93) es completamente equivalente a la ecuación de Schrödinger, dado que la variación $\delta Q |0\rangle$ se extiende a todo el espacio de Hilbert de excitaciones $np - nh$. En RPA, el operador Q_v^+ se trunca al nivel $1p - 1h$ y, puesto que suponemos que el estado fundamental real no es simplemente el vacío partícula-hueco, podemos generalizar el operador de creación y aniquilación de pares partícula-hueco de manera que tengamos un estado fundamental más general

$$Q_v^+ = \sum_{mi} X_{mi}^v a_m^+ a_i - \sum_{mi} Y_{mi}^v a_i^+ a_m \quad (2.94)$$

$$Q_v = \sum_{mi} X_{mi}^{*v} a_i^+ a_m - \sum_{mi} Y_{mi}^{*v} a_m^+ a_i \quad (2.95)$$

Se ha elegido el signo negativo por conveniencia. Siendo X_{mi}^v y Y_{mi}^v matrices. Recordemos que utilizaremos los índices i, j para referirnos a los estados ocupados (hueco), y nos referiremos a los estados vacíos (partícula) con las letras m, n . El estado fundamental $|RPA\rangle$ se define de manera análoga a (2.90)

$$Q_v |RPA\rangle = 0 \quad (2.96)$$

Al tener dos matrices tendremos dos tipos de variaciones $\delta Q |0\rangle$, concretamente $a_m^+ a_i |0\rangle$ y $a_i^+ a_m |0\rangle$. Obtenemos dos conjuntos de ecuaciones

$$\langle RPA| [a_i^+ a_m, [H, Q_v^+]] |RPA\rangle = \omega_{v0} \langle RPA| [a_i^+ a_m, Q_v^+] |RPA\rangle \quad (2.97)$$

$$\langle RPA| [a_m^+ a_i, [H, Q_v^+]] |RPA\rangle = \omega_{v0} \langle RPA| [a_m^+ a_i, Q_v^+] |RPA\rangle \quad (2.98)$$

Para resolver estas ecuaciones necesitamos hallar los valores medios de los conmutadores

$$\begin{aligned} \langle RPA| [a_i^+ a_m, [H, Q_v^+]] |RPA\rangle &= \sum_{nj} X_{nj}^v \langle RPA| [a_i^+ a_m, a_n^+ a_j] |RPA\rangle \\ &\quad - \sum_{nj} Y_{nj}^v \langle RPA| [a_i^+ a_m, a_j^+ a_n] |RPA\rangle \end{aligned} \quad (2.99)$$

Para poder resolver las ecuaciones introducimos la *aproximación cuasibosónica* [BET61], asumimos que el estado fundamental correlacionado no se diferencia mucho del estado fundamental de HF, los valores esperados se pueden aproximar a

$$\begin{aligned}
\langle RPA | [a_i^+ a_m, a_n^+ a_j] | RPA \rangle &= \delta_{ij} \delta_{mn} - \delta_{mn} \langle RPA | a_j a_i^+ | RPA \rangle \\
&\quad - \delta_{ij} \langle RPA | a_n^+ a_m | RPA \rangle \\
&\simeq \langle HF | [a_i^+ a_m, a_n^+ a_j] | HF \rangle = \delta_{ij} \delta_{mn}
\end{aligned} \tag{2.100}$$

Teniendo en cuenta esta aproximación, calculamos

$$\begin{aligned}
\sum_{nj} X_{nj}^v \langle HF | [a_i^+ a_m, [H, a_n^+ a_j]] | HF \rangle + \sum_{nj} Y_{nj}^v \langle HF | [a_i^+ a_m, [H, a_j^+ a_n]] | HF \rangle = \\
\omega_{v0} \sum_{nj} X_{nj}^v \langle HF | [a_i^+ a_m, a_n^+ a_j] | HF \rangle = \omega_{v0} X_{mi}^v
\end{aligned} \tag{2.101}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{nj} X_{nj}^v \langle HF | [a_m^+ a_i, [H, a_n^+ a_j]] | HF \rangle + \sum_{nj} Y_{nj}^v \langle HF | [a_m^+ a_i, [H, a_j^+ a_n]] | HF \rangle = \\
\omega_{v0} \sum_{nj} Y_{nj}^v \langle HF | [a_m^+ a_i, a_j^+ a_n] | HF \rangle = \omega_{v0} Y_{mi}^v
\end{aligned} \tag{2.102}$$

En forma matricial

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^v \\ Y^v \end{pmatrix} = \omega_{v0} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^v \\ Y^v \end{pmatrix} \tag{2.103}$$

con $(X^v)_{mi} = X_{mi}^v$ y $(Y^v)_{mi} = Y_{mi}^v$. Los elementos de matriz se definen del siguiente modo

$$A_{minj} = \langle HF | [a_i^+ a_m, [H, a_n^+ a_j]] | HF \rangle = (\epsilon_m - \epsilon_i) \delta_{mn} \delta_{ij} + \bar{v}_{mjn} \tag{2.104}$$

$$B_{minj} = -\langle HF | [a_i^+ a_m, [H, a_j^+ a_n]] | HF \rangle = \bar{v}_{mni} \tag{2.105}$$

La matriz A es hermítica y la matriz B es simétrica. Los coeficientes X_{mi}^v y Y_{mi}^v son las amplitudes $p-h$ hacia adelante y hacia atrás, y están normalizados de acuerdo a la siguiente expresión

$$\sum_{mi} (|X_{mi}^v|^2 + |Y_{mi}^v|^2) = 1 \tag{2.106}$$

La ecuación (2.103) junto a las ecuaciones (2.104) y (2.105), es la llamada *ecuación de RPA*. Las amplitudes $p-h$ tienen un significado físico claro, sus valores absolutos al cuadrado nos dan la probabilidad de encontrar los estados $a_m^+ a_i |0\rangle$ y $a_i^+ a_m |0\rangle$ en el estado excitado $|v\rangle$, es decir

$$X_{mi}^v = \langle v | a_m^+ a_i | RPA \rangle \tag{2.107}$$

$$Y_{mi}^v = \langle v | a_i^+ a_m | RPA \rangle \tag{2.108}$$

2.5.1. RPA de cuasipartículas (QRPA)

En nuestros calculos vamos a tratar también las correlaciones de apareamiento utilizando el modelo HF+BCS debemos generalizar la teoría RPA a lo que se denomina como RPA de cuasipartículas (QRPA).

Así, en lugar de utilizar las definiciones (2.94) y (2.95), definimos el operador de creación de cuasipartículas

$$\Gamma_k^+ = \sum_{p,n(K)} [X_{pn}^k \alpha_n^+ \alpha_p^+ - Y_{pn}^v \alpha_{\bar{n}} \alpha_p] \quad (2.109)$$

donde α^+ (α) crean (destruyen) cuasipartículas de tipo protón y neutrón. En la sección anterior hemos visto como estos operadores de creación y destrucción para cuasipartículas se relacionan con los operadores para las partículas en la ecuación (2.65). Hemos reemplazado las excitaciones partícula-agujero por las excitaciones de dos cuasipartículas, el cambio de isospín es considerado distinguiendo entre protones (p) y neutrones (n), a partir de los operadores de las cuasipartículas (α) de la aproximación BCS. Donde n (p) son los estados de neutrón (protón) y \bar{n} (\bar{p}) es su invertido temporal.

El hermítico conjugado Γ_k del operador de creación verifica que

$$\Gamma_k |RPA\rangle = 0 \quad (2.110)$$

Utilizando la definición para el operador de creación de cuasipartículas junto con el siguiente hamiltoniano

$$H = H_0 + V_{res} = E_0 + \sum_{\lambda} E_{\lambda} \alpha_{\lambda}^+ \alpha_{\lambda} + \frac{1}{4} \sum_{\mu\lambda\mu'\lambda'} V_{\mu\lambda\mu'\lambda'} \alpha_{\mu}^+ \alpha_{\lambda}^+ \alpha_{\lambda'} \alpha_{\mu'} \quad (2.111)$$

Derivando de manera similar a la sección anterior, obtenemos la ecuación QRPA, su forma matricial es idéntica a la ecuación (2.103). La principal diferencia es que en la QRPA los índices de la matriz recorren todos los pares ($k > k'$) del espacio de configuración; en particular, aparecen elementos de matriz partícula-partícula ($p-p$) y hueco-hueco ($h-h$), además de los elementos de matriz partícula hueco proporcionada por la RPA. Las matrices A y B vienen dadas por

$$\begin{aligned} A_{kk'l'l'} &= \langle HF | [\alpha_{k'} \alpha_k, [H, \alpha_l^+ \alpha_{l'}^+]] | HF \rangle = \\ &= (E_k + E_{k'}) \delta_{kl} \delta_{k'l'} + \bar{v}_{kk'l'l'} (u_k u_{k'} u_l u_{l'} + v_k v_{k'} v_l v_{l'}) \\ &+ \bar{v}_{k'l'\bar{k}l} (u_k u_{k'} u_l u_{l'} + v_k v_{k'} v_l v_{l'}) - \bar{v}_{k\bar{l}\bar{k}'l'} (u_k u_{k'} u_l u_{l'} + v_k v_{k'} v_l v_{l'}) \end{aligned} \quad (2.112)$$

$$\begin{aligned} B_{kk'l'l'} &= -\langle HF | [\alpha_{k'} \alpha_k, [H, \alpha_{l'} \alpha_l]] | HF \rangle = \\ &- \bar{v}_{kk'l'l'} (u_k u_{k'} u_l u_{l'} + v_k v_{k'} v_l v_{l'}) + \bar{v}_{kl\bar{k}'l'} (u_k u_{k'} u_l u_{l'} + v_k v_{k'} v_l v_{l'}) \\ &- \bar{v}_{k'l'\bar{k}l} (u_k u_{k'} u_l u_{l'} + v_k v_{k'} v_l v_{l'}) \end{aligned} \quad (2.113)$$

donde E_k y $E_{k'}$ son la energías de cuasipartículas de protones ($E_k = E_p$) y neutrones ($E_{k'} = E_n$) y las cantidades u_i , v_i representan las amplitudes de ocupación y no ocupación de protones y neutrones ($i = p, n$).

2.6. Ecuaciones de QRPA y desintegración β

Seguindo a Bertsh y a Tsai [BT75], la interacción partícula-hueco consistente con el campo medio de HF se puede obtener como

$$V_{ph} = \frac{1}{16} \sum_{s_z t_z s'_z t'_z} \left[1 + (-1)^{s_z - s'_z} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \right] \left[1 + (-1)^{t_z - t'_z} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \right] \frac{\delta^2 \varepsilon}{\delta \rho_{s_z t_z}(\vec{r}_1) \delta \rho_{s'_z t'_z}(\vec{r}_2)} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (2.114)$$

donde $\rho_{s_z t_z}$ es la densidad definida en la ecuación (2.40), la reemplazamos utilizando el formalismo deformado axialmente por $\rho_{\Sigma t_z}$ definido en (2.66). Para el estudio de la desintegración β , las interacciones residuales relevantes son las fuerzas de contacto que generan las transiciones de Fermi permitidas ($\Delta L = 0$, $\Delta S = 0$, $\Delta I^\pi = 0^+$)

$$V_F(12) = \chi_F (t_1^+ t t_2^- + t_1^- t_2^+) \quad (2.115)$$

y las fuerzas de contacto de espín-isospín que generan las transiciones Gamow-Teller permitidas ($\Delta L = 0$, $\Delta S = 1$, $\Delta I^\pi = 1^+$)

$$V_{GT}(12) = \chi_{GT} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 (t_1^+ t t_2^- + t_1^- t_2^+) \quad (2.116)$$

donde tomamos la convención $t^+ |p\rangle = |n\rangle$ y $t^- |n\rangle = |p\rangle$.

Partiendo de la ecuación (2.114), vamos a escribir todos los términos de la interacción. El término con $\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$ para la transición Fermi

$$\begin{aligned} V_{ph}^{\tau\tau} &= \frac{1}{16} \sum_{s_z t_z s'_z t'_z} (-1)^{t_z - t'_z} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \frac{\delta^2 \varepsilon}{\delta \rho_{s_z t_z}(\vec{r}_1) \delta \rho_{s'_z t'_z}(\vec{r}_2)} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ &= \frac{1}{16} [-4t_0(1 + 2x_0) - 2t_1 k_F^2(1 + 2x_1) + 2t_2 k_F^2(1 + 2x_2) \\ &\quad - \frac{2}{3} t_3 \rho^\alpha(1 + 2x_3)] \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \end{aligned} \quad (2.117)$$

El término en $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$ es similar al anterior

$$\begin{aligned} V_{ph}^{\sigma\sigma} &= \frac{1}{16} \sum_{s_z t_z s'_z t'_z} (-1)^{s_z - s'_z} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \frac{\delta^2 \varepsilon}{\delta \rho_{s_z t_z}(\vec{r}_1) \delta \rho_{s'_z t'_z}(\vec{r}_2)} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ &= \frac{1}{16} [-4t_0(1 - 2x_0) - 2t_1 k_F^2(1 - 2x_1) + 2t_2 k_F^2(1 - 2x_2) \\ &\quad - \frac{2}{3} t_3 \rho^\alpha(1 - 2x_3)] \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \end{aligned} \quad (2.118)$$

Finalmente, el término $\vec{\sigma}\cdot\vec{\sigma}'\cdot\vec{\tau}\cdot\vec{\tau}'$ para la transición Gamow-Teller es como sigue

$$\begin{aligned} V_{ph}^{\sigma\tau} &= \frac{1}{16} \sum_{s_z t_z s'_z t'_z} (-1)^{s_z - s'_z} (-1)^{t_z - t'_z} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \frac{\delta^2 \varepsilon}{\delta \rho_{s_z t_z}(\vec{r}_1) \delta \rho_{s'_z t'_z}(\vec{r}_2)} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ &= \frac{1}{16} \left[-4t_0 - 2t_1 k_F^2 + 2t_2 k_F^2 - \frac{2}{3} t_3 \rho^\alpha \right] \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \end{aligned} \quad (2.119)$$

A partir de las ecuaciones (2.34) y de la (2.114) a la (2.119), suponiendo materia nuclear uniforme y simétrica y promediando a todo el volumen nuclear llegamos a las siguientes expresiones de χ_F y χ_{GT}

$$\chi_F = \frac{3}{4\pi R^3} \left(-\frac{1}{2} \right) \left\{ t_0 (1 + 2x_0) - \frac{1}{2} k_F^2 [t_2 (1 + 2x_2) - t_1 (1 + 2x_1)] + \frac{1}{6} t_3 \rho^\alpha (1 + 2x_3) \right\} \quad (2.120)$$

$$\chi_{GT} = \frac{3}{4\pi R^3} \left(-\frac{1}{2} \right) \left\{ t_0 + \frac{1}{2} k_F^2 (t_1 - t_2) + \frac{1}{6} t_3 \rho^\alpha \right\} \quad (2.121)$$

donde t_0, t_1, t_2, t_3 y α son los parámetros de la fuerza de Skyrme, R es el radio nuclear y $k_F = (3\pi^2 \rho/2)^{1/3}$ el momento de Fermi.

Consideramos ahora solamente las excitaciones de Gamow-Teller. Usando la siguiente notación

$$\beta_K^\pm = \sigma_K t^\pm \quad (K = \Omega_n + \Omega_{\bar{p}} = 0, \pm 1) \quad (2.122)$$

Escribimos la ecuación (2.116) de la manera más tradicional

$$V_{GT}^{ph} = 2\chi_{GT}^{ph} \sum_K (-1)^K \beta_K^+ \beta_{-K}^- \quad (2.123)$$

donde, en segunda cuantización, podemos definir los operadores β_K como

$$\begin{aligned} \beta_K^+ &= \sum_{np} \langle n | \sigma_K | p \rangle a_n^+ a_p = \sum_{np} \langle n | \sigma_K | p \rangle \{ u_n v_p \alpha_n^+ \alpha_p^+ \\ &\quad + v_n u_p \alpha_{\bar{n}} \alpha_p + u_n u_p \alpha_n^+ \alpha_p + v_n v_p \alpha_{\bar{n}} \alpha_p^+ \} \end{aligned} \quad (2.124)$$

$$\beta_{-K}^- = (-1) (\beta_K^+)^+ \quad (2.125)$$

El término Gamow-Teller para la parte partícula-partícula

$$V_{GT}^{pp} = -2\kappa_{GT}^{pp} \sum_K (-1)^K P_K^+ P_{-K}^- \quad (2.126)$$

siendo

$$P_K^+ = \sum_{np} \langle n | \sigma_K | p \rangle a_n^+ a_p^+ \quad (2.127)$$

Debemos tener en cuenta que utilizaremos la notación estándar a^+ (a) para los operadores de creación (destrucción) de partículas y α^+ (α) para los operadores de cuasipartículas. El operador fonónico de QRPA protón-neutrón para las excitaciones Gamow-Teller en núcleos par-par es

$$\Gamma_{\omega_K}^+ = \sum_{\gamma_K} [X_{\gamma_K}^{\omega_K} A_{\gamma_K}^+ - y_{\gamma_K}^{\omega_K} A_{\bar{\gamma}_K}] \quad (2.128)$$

donde $A_{\gamma_K}^+$, $A_{\bar{\gamma}_K}$ son operadores de dos cuasipartículas de la forma

$$A_{\gamma_K}^+ = \alpha_n^+ \alpha_p^+ \quad A_{\bar{\gamma}_K} = \alpha_{\bar{n}} \alpha_p \quad (2.129)$$

Las ecuaciones QRPA para un sistema par-par son

$$\langle \phi_0 | A_{\gamma_K} [H, \Gamma_{\omega_K}^+] | \phi_0 \rangle = \omega_K \langle \phi_0 | A_{\gamma_K} \Gamma_{\omega_K}^+ | \phi_0 \rangle \quad (2.130)$$

$$\langle \phi_0 | [H, \Gamma_{\omega_K}^+] A_{\bar{\gamma}_K}^+ | \phi_0 \rangle = \omega_K \langle \phi_0 | \Gamma_{\omega_K}^+ A_{\bar{\gamma}_K}^+ | \phi_0 \rangle \quad (2.131)$$

con

$$H = \sum_n \alpha_n^+ \alpha_n E_n + \sum_p \alpha_p^+ \alpha_p E_p + V_{GT} - \langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle \quad (2.132)$$

siendo $|\phi_0\rangle$ es el estado fundamental de HF+BCS que satisface $\alpha_t |\phi_0\rangle = 0$ para cualquier t . A partir de estas ecuaciones obtenemos las amplitudes hacia adelante y hacia atrás

$$X_{\gamma_K}^{\omega_K} = \frac{2\chi_{GT}}{\omega_K - \varepsilon_{\gamma_K}} (a_{\gamma_K} M_+^{\omega_K} + b_{\gamma_K} M_-^{\omega_K}) \quad (2.133)$$

$$Y_{\gamma_K}^{\omega_K} = \frac{2\chi_{GT}}{\omega_K + \varepsilon_{\gamma_K}} (b_{\gamma_K} M_+^{\omega_K} + a_{\gamma_K} M_-^{\omega_K}) \quad (2.134)$$

donde $\varepsilon_{\gamma_K} = E_n + E_p$ es la energía de excitación de dos cuasipartículas con E_k dado por la ecuación (2.86). Y definimos los elementos de matriz como

$$M_+^{\omega_K} = \sum_{\gamma_K} (a_{\gamma_K} X_{\gamma_K}^{\omega_K} + b_{\gamma_K} Y_{\gamma_K}^{\omega_K}) \quad (2.135)$$

$$M_-^{\omega_K} = \sum_{\gamma_K} (b_{\gamma_K} X_{\gamma_K}^{\omega_K} + a_{\gamma_K} Y_{\gamma_K}^{\omega_K}) \quad (2.136)$$

con

$$a_{\gamma_K} = u_n v_p \sum_K^{np} \quad (2.137)$$

$$b_{\gamma_K} = v_n u_p \sum_K^{np} \quad (2.138)$$

donde

$$\sum_K^{np} = \langle n | \sigma_K | p \rangle \quad (2.139)$$

Podemos demostrar gracias a las propiedades de transformación bajo inversión temporal y la conjugación hermítica que los modos $K = 0$ cumplen $X_{\gamma_0}^{\omega_0} = -X_{\gamma_0}^{\omega_0}$ y $Y_{\gamma_0}^{\omega_0} = -Y_{\gamma_0}^{\omega_0}$, y que

los modos $K = -1$ y $K = 1$ se relacionan entre sí a través de la inversión temporal y son degenerados. Lo que nos permite simplificar nuestros cálculos incluyendo solo pares neutrón-protón con $\Omega_n > 0$, lo que quiere decir que podemos reducir el conjunto completo de pares neutrón-protón a los siguientes conjuntos básicos de pares

- $i_0 = n_i p_i$, con $\Omega_{n_i} = \Omega_{p_i} \geq \frac{1}{2}$
- $i_{-1} = n_i p_i$, con $\Omega_{n_i} = \Omega_{p_i} - 1 \geq \frac{1}{2}$
- $i_{-1} = \begin{cases} n_i p_i & \text{con } \Omega_{n_i} = \Omega_{p_i} + 1 \geq \frac{3}{2} \\ n_i \bar{p}_i & \text{con } \Omega_{n_i} = \Omega_{p_i} = \frac{1}{2} \end{cases}$

Tenemos como objetivo obtener las energías de excitación QRPA (ω_K), para ello necesitamos calcular los elementos de matriz $M_{\pm}^{\omega_K}$ y las amplitudes $X_{\gamma_K}^{\omega_K}$ y $Y_{\gamma_K}^{\omega_K}$. Recordando los estados de partícula independiente del oscilador armónico definidos en la ecuación (2.53), los elementos de matriz son

$$\sum_K \frac{n_i p_i}{K} = \sum_{N, n_z, \Lambda, \Sigma} C_{N n_z \Lambda \Sigma + K}^{n_i} C_{N n_z \Lambda \Sigma}^{p_i} (2\Sigma) \sqrt{1 + |K|} \quad (2.140)$$

$$\sum_{K=1} \frac{n_i \bar{p}_i}{K} = \sum_{N, n_z} C_{N n_z 0 \frac{1}{2}}^{n_i} C_{N n_z 0 \frac{1}{2}}^{p_i} (-\sqrt{2}) \quad (2.141)$$

Obtenemos, en el caso de que no exista interacción partícula-partícula, las relaciones de dispersión para los modos $K = 0$ y $K = 1$, se reducen a una ecuación de segundo orden de la siguiente forma [Mu92]

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4\chi_{GT}^{ph}} \right)^2 &= \frac{1}{2\chi_{GT}^{ph}} \sum_{i_0} \frac{a_{i_0}^2 + b_{i_0}^2}{\omega_0^2 - \varepsilon_{i_0}^2} \varepsilon_{i_0} + \left(\sum_{i_0} a_{i_0} b_{i_0} \frac{2\varepsilon_{i_0}}{\omega_0^2 - \varepsilon_{i_0}^2} \right)^2 \\ &\quad - \sum_{i_0} \left(\frac{a_{i_0}^2}{\omega_0 + \varepsilon_{i_0}} - \frac{b_{i_0}^2}{\omega_0 - \varepsilon_{i_0}} \right) \sum_{i_0} \left(\frac{b_{i_0}^2}{\omega_0 + \varepsilon_{i_0}} - \frac{a_{i_0}^2}{\omega_0 - \varepsilon_{i_0}} \right) \end{aligned} \quad (2.142)$$

para $K = 0$, y para $K = 1$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2\chi_{GT}^{ph}} \right)^2 &= \frac{1}{\chi_{GT}^{ph}} \sum_{i_\rho(\rho=\pm 1)} \frac{a_{i_\rho}^2 + b_{i_\rho}^2}{\omega_1^2 - \varepsilon_{i_\rho}^2} \varepsilon_{i_\rho} + \left(\sum_{i_\rho(\rho=\pm 1)} a_{i_\rho} b_{i_\rho} \frac{2\varepsilon_{i_\rho}}{\omega_1^2 - \varepsilon_{i_\rho}^2} \right)^2 \\ &\quad - \sum_{i_\rho(\rho=\pm 1)} \left(\frac{a_{i_\rho}^2}{\omega_1 + \varepsilon_{i_\rho}} - \frac{b_{i_\rho}^2}{\omega_1 - \varepsilon_{i_\rho}} \right) \sum_{i_\rho(\rho=\pm 1)} \left(\frac{b_{i_\rho}^2}{\omega_1 + \varepsilon_{i_\rho}} - \frac{a_{i_\rho}^2}{\omega_1 - \varepsilon_{i_\rho}} \right) \end{aligned} \quad (2.143)$$

Las amplitudes hacia adelante y hacia atrás se obtienen de las ecuaciones (2.133) y (2.134) imponiendo las siguientes condiciones de normalización

$$2 \sum_{i_0} \left[(X_{i_0}^{\omega_K})^2 - (Y_{i_0}^{\omega_K})^2 \right] = 1 \quad (2.144)$$

$$\sum_{i_\rho(\rho=\pm 1)} \left[\left(X_{i_\rho}^{\omega_K} \right)^2 - \left(Y_{i_\rho}^{\omega_K} \right)^2 \right] = 1 \quad (2.145)$$

Usando la transformación inversa

$$A_{\gamma_K}^+ = \sum_{\omega_K} \left(X_{i_K}^{\omega_K} \Gamma_{\omega_K}^+ + Y_{i_K}^{\omega_K} \Gamma_{\bar{\omega}_K} \right) \quad (2.146)$$

donde $\Gamma_{\bar{\omega}_K}$ es la inversión temporal de Γ_{ω_K} ; y las condiciones de RPA $\Gamma_{\omega_K} |0\rangle = 0$, $|\omega_K\rangle = \Gamma_{\omega_K}^+ |0\rangle$, siendo $|0\rangle$ el estado fundamental con correlaciones QRPA, se obtienen las intensidades β_K^\pm

$$\langle \omega_K | \beta_K^\pm | 0 \rangle = \mp M_\pm^{\omega_K} \quad (2.147)$$

Capítulo 3

Desintegración doble beta

Una vez descrita teóricamente la estructura nuclear de los núcleos involucrados en el proceso de desintegración doble beta pasaremos a describir dicho fenómeno. La desintegración doble beta ocurre únicamente cuando la desintegración beta simple y otros modos de desintegración están prohibidos. A continuación utilizaremos el proceso beta simple para describir la doble beta utilizando las intensidades de Gamow-Teller. Para ello será necesario describir antes la desintegración β simple.

3.1. Desintegración beta simple

La desintegración β es un tipo de desintegración radiactiva en la que un electrón (positrón) y un antineutrino (neutrino) son emitidos desde un núcleo, mientras que en el interior de ese núcleo un neutrón (protón) se transforma en un protón (neutrón). Antes de que se conociera la existencia del protón (descubierto por Rutherford en 1919) y del neutrón (descubierto experimentalmente en 1932 por James Chadwick) fue demostrado mediante experimentos en 1911 realizados por Lise Meitner y Otto Hahn y en 1914 por James Chadwick que el espectro beta es continuo y no es discreto siendo esto contrario a lo que se esperaba. En 1920, se obtuvo el espectro de la desintegración beta de núcleos de radio. Este experimento fue realizado por C.D.Ellis y W.A.Wooster [Ell27], el espectro que obtuvieron es continuo. Esta distribución de energías contradecía la ley de conservación de la energía. En aquel momento se creía que la desintegración beta consistía solo en la emisión de electrones, entonces la energía del electrón emitido debería tener un valor bien definido. En 1930, Wolfgang Pauli propuso la existencia de una nueva partícula sin carga que se emitía junto con el electrón, de manera que la energía total se conservara. Enrico Fermi desarrolló en 1934 una descripción teórica más detallada para la desintegración beta. Llamando neutrino a la partícula propuesta por Pauli años atrás por analogía con el neutrón. Ese mismo año Frederic e Irene Joliot-Curie detectaron la emisión de positrones debido a una desintegración radioactiva. El proceso inverso a la emisión de electrones por un núcleo, es decir, la captura electrónica fue observada en 1938 por L.W. Álvarez. No fue hasta 1955 que los neutrinos fueron detectados en un experimento realizado por Fred Reines y Clyde Cowan Jr. Observaron la desintegración de un neutrón y un positrón al absorber anti-neutrinos. Con la incorporación de los neutrinos el espectro teórico coincide con los resultados

experimentales.

Los tres procesos de los que hemos resumido brevemente la historia de su descubrimiento forman parte de la desintegración beta. Como ya hemos dicho este tipo de proceso se trata de la emisión de una partícula beta (e^- ó e^+) junto con un neutrino (β^+ , EC) o un antineutrino (β^-) dependiente del tipo de decaimiento para compensar la transformación de neutrón en un protón y viceversa. La reacción básica es la siguiente

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (\beta^-)$$

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad (\beta^+)$$

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e \quad (EC)$$

Los dos últimos procesos ocurren únicamente para protones en el interior de un núcleo, estos procesos están prohibidos energéticamente para protones libres o protones en átomos de hidrogeno. Podemos ver de manera general que los núcleos involucrados en la desintegración β y en la captura electronica transmutan del siguiente modo

$$A(Z, N) \rightarrow A(Z + 1, N - 1) + e^- + \bar{\nu}_e \quad (\beta^-) \quad (3.1)$$

$$A(Z, N) \rightarrow A(Z - 1, N + 1) + e^+ + \nu_e \quad (\beta^+) \quad (3.2)$$

$$e^- + A(Z, N) \rightarrow A(Z - 1, N + 1) + \nu_e \quad (EC) \quad (3.3)$$

La desintegración β se debe a la interacción débil, luego hay cambio de sabor en los quarks, conserva el número leptónico y bariónico y viola paridad. Los procesos de desintegración beta ocurrirán de manera espontánea solo si son favorables energéticamente, es decir, si la diferencia entre las masas inicial y final es positiva. El valor Q

$$Q_\beta = \left(\sum_i M_i - \sum_f M_f \right) c^2 > 0 \quad (3.4)$$

Para los tres procesos descritos anteriormente el valor Q es el siguiente

$$Q_{\beta^-} = [M(Z, N) - M(Z + 1, N - 1) - m_e] c^2 \quad (3.5)$$

$$Q_{\beta^+} = [M(Z, N) - M(Z - 1, N + 1) - m_e] c^2 \quad (3.6)$$

$$Q_{EC} = [M(Z, N) - M(Z - 1, N + 1) + m_e + B_e] c^2 \quad (3.7)$$

donde M es la masa nuclear, B_e es la energía de ligadura del electrón capturado. La masa del positrón y del electrón es la misma. Supondremos que la energía del neutrino es cero debido a que es mucho menos que las masas involucradas. Estas ecuaciones son válidas para desintegraciones beta entre estados fundamentales. Si el núcleo hijo alcanzado está en un estado excitado, entonces el valor Q será

$$Q_{ex} = Q_{\beta} - E_{ex} \quad (3.8)$$

Un núcleo no puede decaer de manera espontánea si no es favorable energéticamente. Experimentalmente se puede estudiar una respuesta nuclear equivalente a la desintegración β a partir de reacciones de intercambio de carga.

3.1.1. Formalismo teórico

En 1934, Fermi desarrolló la teoría para la desintegración β basada en la hipótesis del neutrino de Pauli. Propuso que las características principales de la desintegración pueden derivarse a partir de una expresión básica para la probabilidad de transición para una interacción que es débil comparada con la interacción que forma los estados cuasiestáticos. Esto es válido para la desintegración β pues sus tiempos característicos (vidas medias) son mucho mayores que los tiempos característicos nucleares (10^{-20} s). El resultado de este cálculo, tratar la interacción causada por la desintegración como una perturbación débil, es la regla de oro de Fermi. La probabilidad de transición viene dada por

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho(E_f) \quad (3.9)$$

Los elementos de matriz M_{fi} entre los estados cuasiestacionarios inicial y final del sistema contienen información relativa a la estructura nuclear, son de la forma

$$M_{fi} = \langle f | H' | i \rangle \quad (3.10)$$

El hamiltoniano nuclear puede describirse $H = H_0 + H'$, siendo H_0 el término responsable de los estados estacionarios y H' una pequeña perturbación. El factor $\rho(E_f)$ es la densidad de estados finales que se define como el número de estados en cada intervalo de energía final. El estado inicial involucra únicamente al estado fundamental del núcleo padre $|i\rangle = |\Phi_i\rangle$, es un estado estacionario con J^π bien definido. Mientras que el estado final debe incluir no solo el estado del núcleo final sino que además debemos tener en cuenta el leptón neutro y el leptón cargado emitidos. Podemos describir la función de onda para las partículas libres por ondas planas con momentos \vec{p}_e y \vec{p}_ν . El estado final del núcleo hijo sabiendo que puede estar en un estado fundamental o excitado será de la forma

$$|f; e; \nu\rangle = \varphi_e \varphi_\nu |f\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\frac{\vec{p}_e \cdot \vec{r}}{\hbar}} \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\frac{\vec{p}_\nu \cdot \vec{r}}{\hbar}} |f\rangle \quad (3.11)$$

siendo la función de onda del núcleo hijo $|f\rangle = |\Phi_f\rangle$. La función de onda final $|f; e; \nu\rangle$ tomará diferentes formas para desintegración β^+ , β^- o captura electrónica.

En el caso de desintegración β , los momentos transferidos son muy pequeños. Para un electrón con energía cinética de 1 MeV , el momento es $p = 1,4 \text{ MeV}/c$ luego $p/\hbar = 0,007 \text{ fm}^{-1}$ y el radio de interacción es del orden de un fm , por lo que

$$\begin{aligned} e^{i\frac{\vec{p}_e \cdot \vec{r}}{\hbar}} &= 1 + i\frac{\vec{p}_e \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \cong 1 \\ e^{i\frac{\vec{p}_\nu \cdot \vec{r}}{\hbar}} &= 1 + i\frac{\vec{p}_\nu \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \cong 1 \end{aligned} \quad (3.12)$$

esta aproximación es conocida como la aproximación *permitida*. Por lo que las transiciones obtenidas en esta aproximación se conocen como transiciones permitidas ($\Delta L = 0$), mientras que las que tienen términos a orden superior se denominan transiciones prohibidas. Podemos diferenciar dos tipos de transiciones permitidas debido a la transferencia de espín. Las transiciones tipo Fermi (F) son aquellas en la que las variaciones del espín y del isospín entre los estados nucleares inicial y final son cero, es decir, el espín del electrón y del neutrino son antiparalelos. Y las transiciones Gamow-Teller (GT) se dan entre estados con variación de isospín y el espín del electrón y del neutrino son paralelos. Podemos ver las diferencias entre los dos tipos de transición en la tabla (3.1).

	ΔS	$\Delta T = \Delta I$	$\Delta \pi$
Trans. Fermi	0	0	no
Trans. Gamow-Teller	1	0, ± 1	no

Tabla 3.1: Transiciones permitidas de Fermi y Gamow-Teller

Las reglas de selección son consecuencia de los principios de conservación. En el caso más general en el que se den transiciones mezcla de Fermi (F) y Gamow-Teller (GT), el elemento de matriz nuclear para transiciones permitidas es de la siguiente forma

$$M_{fi} = \langle f | \sum_{i=1}^A t_i^{\pm} | i \rangle + \frac{g_A}{g_V} \langle f | \sum_{\mu} \sigma_{\mu} t_i^{\pm} | i \rangle \quad (3.13)$$

el primer término, término vectorial, se denomina transiciones de Fermi y el segundo término que contiene un operador de espín, es el término de tipo axial y se conoce como transiciones de Gamow-Teller.

$$|M_{fi}|^2 = g_V^2 \left\{ \langle F \rangle^2 + g_A^2 \langle GT \rangle^2 \right\} \quad (3.14)$$

La intensidad de la transición permitida se da en función del valor $ft_{1/2}$ donde f es el factor de espacio de fases del leptón cargado emitido en la desintegración y $t_{1/2}$ es la semivida media de la transición. El valor $ft_{1/2}$ de una desintegración β permitida se conoce como *semivida comparativa* y se define como

$$ft_{1/2} = \frac{K}{g_V^2 \left\{ \langle F \rangle^2 + g_A^2 \langle GT \rangle^2 \right\}} = \frac{K}{g_V^2} \left[B_F^{\pm} + \left(\frac{g_A}{g_V} \right)^2 B_{GT}^{\pm} \right]^{-1} \quad (3.15)$$

siendo g_V y g_A la constante de aciplo vectorial y axial respectivamente, K una constante, $B(F)$ y $B(GT)$ las probabilidades de transición reducidas para las transiciones Fermi y Gamow-Teller en unidades de $g_V^2/4\pi$ y $g_A^2/4\pi$ respectivamente. La semivida comparativa es la cantidad más representativa para el estudio de la desintegración β ya que es inversamente proporcional al elemento de matriz $|M_{fi}|^2$. Los valores para las constantes son los siguientes [WM74]

$$\frac{K}{g_V^2} = 6170 (4) s; \quad \left| \frac{g_A}{g_V} \right| = 1,251 (9) \quad (3.16)$$

Podremos determinar de manera precisa el valor de g_V a partir de medidas de transiciones de Fermi entre los estados $0^+ \rightarrow 0^+$, estos valores son consistentes con los datos actuales de desintegración de neutrones y piones [Ha90]. A partir del ratio g_A/g_V podemos obtener el valor del nucleón libre g_A a partir de medidas de la desintegración del neutrón.

La semivida comparativa depende únicamente del elemento de matriz nuclear. Nos proporciona información acerca de la estructura nuclear. En este trabajo nos centraremos en las transiciones Gamow-Teller. La probabilidad de transición Gamow-Teller para la transición $I_i \rightarrow I_f$ tiene la siguiente forma

$$B_{GT}^{\pm} = \sum_{M_i, M_f, \mu} |\langle I_f M_f | \beta_{\mu}^{\pm} | I_i M_i \rangle|^2 \quad (3.17)$$

donde los estados inicial y final los expresamos en función de los estados intrínsecos $|K\rangle$ utilizando la factorización de Bohr-Mottelson [BM69]

$$|I M K\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2(1+\delta_{K0})}} \left\{ D_{KM}^{\dagger I} |K\rangle + (-1)^{I-K} D_{-KM}^{\dagger I} |\bar{K}\rangle \right\} \quad (3.18)$$

Los núcleos a estudiar son núcleos par-par, podemos particularizar la ecuación para $I_i = K_i = 0$, $I_f = 0$ y $K_f = 0, 1$. La probabilidad de transición queda

$$B_{GT}^{\pm} = \frac{g_A^2}{4\pi} \left\{ \delta_{K_f,0} \langle K_f | \beta_0^{\pm} | 0 \rangle^2 + 2\delta_{K_f,1} \langle K_f | \beta_1^{\pm} | 0 \rangle^2 \right\} \quad (3.19)$$

obtenemos los elementos de matriz intrínsecos β_0^{\pm} y β_1^{\pm} a partir de la ecuación 2.147. La intensidad GT en el marco del laboratorio para dicha transición ($I_i K_i (0^+0) \rightarrow I_f K_f (1^+K)$) puede escribirse del siguiente modo

$$B_{GT}^{\pm} = \sum_{\omega_k} \left[\langle \omega_{K=0} | \sigma_0 t^{\pm} | 0 \rangle^2 \delta(\omega_{K=0} - \omega) + 2 \langle \omega_{K=1} | \sigma_1 t^{\pm} | 0 \rangle^2 \delta(\omega_{K=1} - \omega) \right] \quad (3.20)$$

Podremos comparar los resultados medidos de $ft_{1/2}$ con los valores obtenidos de B_{GT}^{\pm} . La forma más habitual de estudiar la probabilidad de desintegración Gamow-Teller es mediante experimentos de reacciones de intercambio de carga. Al comparar los valores experimentales para la intensidad Gamow-Teller nos encontramos con que son menores que los teóricos. Esta reducción se denomina *factor de quenching*, fue determinada por primera vez por Wilkinson y se comprobó mediante reacciones de intercambio de carga en núcleos pesados. Se barajan varias posibilidades para explicar esta reducción. Una de ellas la posibilidad que baraja es la de que esta reducción se debe a la contribución de excitaciones del nucleón. Un ejemplo de esto, es a partícula $\Delta(1232)$, que movería la distribución de intensidad Gamow-Teller a altas energías fuera de la ventana energética. Otra posibilidad es que ese desplazamiento de la intensidad a energías más altas se debe a la repulsión de corto alcance de la interacción nucleón-nucleón. Para este trabajo hemos tomado el siguiente valor para el factor de quenching

$$\left[\frac{(g_A/g_V)_{eff}}{(g_A/g_V)_{libre}} \right] = (0,7)^2 = 0,49 \quad (3.21)$$

La vida media podemos obtenerla a partir de la ecuación (3.15) incluyendo solo la intensidad de transición Gamow-Teller. En la siguiente ecuación para la vida media se tienen en cuenta

todas las transiciones permitidas desde el estado fundamental del núcleo padre hasta todos los posibles estados del núcleo hijo energéticamente alcanzables y que satisfagan las reglas de selección descritas en la tabla (3.1).

$$t_{1/2} = \frac{K}{g_V^2} \left[\left(\frac{g_A}{g_V} \right)^2 B_{GT}^\pm(\omega_0) f(Z, \omega_0) \right]^{-1} \quad (3.22)$$

donde la función de Fermi es

$$f(Z, \omega_0) = \frac{1}{m_e^5 c^7} \int^{p_{max}} F(Z, p) p_e^2 (\omega_0 - E_e)^2 dp \quad (3.23)$$

esta ecuación tiene en cuenta la interacción coulombiana entre el leptón cargado emitido y el núcleo hijo, su valor esta tabulado para los distintos valores de Z y ω_0 . La integral de Fermi tiene una parte correspondiente al proceso de desintegración β^+ y otra independiente al proceso de captura electrónica.

Partiendo ahora de las amplitudes Gamow-Teller β^\pm podemos calcular las intensidades totales [SPF04]

$$S_{GT}^\pm = \sum_{K=0, \pm 1} \sum_m |\langle \omega_K^m | \beta_K^\pm | 0_{gs}^+ \rangle|^2 \quad (3.24)$$

Por la regla de la suma de Ikeda se cumple que

$$S_{GT}^- - S_{GT}^+ = \sum_{K=0, \pm 1} [\sigma_K(i)^2 - \bar{\sigma}_K(i)^2] = 3(N - Z) \quad (3.25)$$

3.2. Desintegración doble beta

La desintegración doble beta es un proceso que puede ser descrito como dos desintegraciones beta simples simultáneas, en la que dos neutrones (protones) se transforman en dos protones (neutrones) dentro del núcleo atómico y se emite a su vez dos parejas, una de electrones (positrones) y otra de antineutrinos (neutrinos). Fue propuesto y estudiado por primera vez por María Goeppert-Mayer en 1935 [Goe35]. Calculó las vidas medias de la desintegración doble prediciendo vidas medias del orden de 10^{17} años o mayores.

E. Majorana, dos años después, introdujo el concepto de que el neutrino podría ser su propia antipartícula, es decir, ser una partícula de Majorana. Demostró que si el neutrino era su propia antipartícula el proceso de emisión simultánea de dos electrones (doble beta sin neutrinos) también era posible. En 1939, M.Furry [Fu39] utilizando el concepto de que el neutrino podría ser una partícula de Majorana describió la desintegración doble beta sin emisión de neutrinos. A excepción del neutrino, todos los fermiones del Modelo Estándar se comportan como fermiones de Dirac a baja energía, pero se desconoce la naturaleza del neutrino. No obstante, si se tratase de una partícula de Dirac, la desintegración doble beta sin emisión de neutrinos estaría prohibida ya que violaría la conservación del número leptónico.

En este trabajo trataremos solo con desintegración doble beta con emisión de neutrinos. Los procesos involucrados en la desintegración $2\nu\beta\beta$ son los siguientes

$$A(Z, N) \rightarrow A(Z + 2, N - 2) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e \quad (2\beta_{2\nu}^-) \quad (3.26)$$

$$A(Z, N) \rightarrow A(Z - 2, N + 2) + 2e^+ + 2\nu_e \quad (2\beta_{2\nu}^+) \quad (3.27)$$

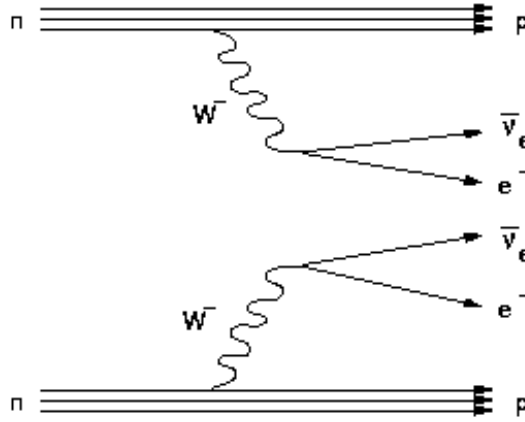


Figura 3.1: Diagrama de Feynmann para la desintegración $2\nu\beta\beta$

El decaimiento $2\nu\beta\beta$ es un proceso permitido por el modelo estándar. En la figura 3.1 podemos ver el diagrama de Feynmann de este proceso. En principio podríamos pensar que la desintegración doble beta puede ocurrir en cualquier núcleo en el que esté energéticamente permitido, compitiendo con los otros modos de desintegración. Pero en la práctica este proceso es muy poco común. Ocurre solamente cuando un núcleo es estable frente a desintegración beta simple, los motivos por los que no decae beta simple son básicamente dos. Principalmente en estos casos el estado final no puede alcanzarse por motivos energéticos. El balance energético de la desintegración beta simple será negativo

$$Q_\beta = [M(Z, N) - M(Z + 1, N - 1)]c^2 < 0 \quad (3.28)$$

O bien porque el momento angular transferido entre los núcleos padre e hijo es muy grande. Un ejemplo de este caso es el del isótopo ^{48}Ca . Es el núcleo más ligero conocido que sufre la desintegración beta doble y el único lo suficientemente simple como para ser analizadas con el modelo de capas. También libera más energía (4,27 MeV) que cualquier otro candidato desintegración doble beta. En su caso lo que ocurre es lo siguiente, el núcleo intermedio ^{48}Sc en principio podría ser alcanzado pero su estado fundamental es $6+$ y su primer excitado es el $5+$. La desintegración beta simple con cambios grandes en el spin es muy improbable de que suceda.

La desintegración $2\nu\beta\beta$ ocurre exclusivamente en núcleos par-par con estado fundamental 0^+ , esto sucede debido a la interacción de apareamiento porque la energía de ligadura de los estados fundamentales es más baja que la del núcleo impar-impar. La transición implica en casi todos los casos el estado fundamental 0^+ del núcleo final. En algunos casos, la transición a un estado excitado 0^+ o 2^+ en el núcleo hijo es posible pero poco probable. Existen 35 isótopos naturales que sufren la desintegración doble beta como principal modo de desintegración .

3.2.1. Formalismo teórico

La desintegración $2\nu\beta\beta$ está permitida por el modelo estándar y pertenece a la teoría de interacción nuclear electrodébil. Ocurre a segundo orden de la teoría de perturbaciones. Independientemente de si los neutrinos son de Dirac o Majorana, o si estos son o no masivos. En este modo de desintegración los dos neutrones del núcleo padre que están involucrados en la transición no están correlacionados aunque decaigan simultáneamente. La desintegración suele producirse entre los estados fundamentales de los núcleos padre e hijo. Pero hay dos tipos de transiciones a estados excitados permitidas: $0^+ \rightarrow 0^+$ y $0^+ \rightarrow 2^+$.

Vamos a trabajar con el hamiltoniano construido a lo largo del capítulo 2. El hamiltoniano nuclear es

$$H = H_0 + H_{int} \quad (3.29)$$

donde H_0 es el hamiltoniano descrito por el modelo de Hartree-Fock y con H_{int} añadimos los términos relacionados con la interacción partícula-partícula ($p-p$) y partícula-hueco ($p-h$). Su forma es la siguiente

$$H_{int} = 2 \left[\chi_{GT}^{ph} \sum_{\kappa} (-1)^K \beta_K^+ \beta_{-K}^- - \kappa_{GT}^{pp} \sum_{\kappa} (-1)^K P_K^+ P_{-K}^- \right] \quad (3.30)$$

En este trabajo estudiaremos solo procesos doble beta entre estados fundamentales, luego describiremos teóricamente la transición $0_{gs}^+ \rightarrow 0_{gs}^+$. La vida media para un proceso de desintegración doble beta viene dada por

$$T_{1/2}^{2\nu} (0_{gs}^+ \rightarrow 0_{gs}^+) = \left[G^{2\nu} |M_{eff}^{2\nu}|^2 \right]^{-1} \quad (3.31)$$

siendo $M_{eff}^{2\nu}$ el elemento de matriz de la transición efectivo [KI13] y esta formado por el elemento de matriz de la desintegración $M_{GT}^{2\nu}$, la masa del electrón ($m_e c^2$) y la constante de acoplo (g_A). Es de la siguiente forma

$$M_{eff}^{2\nu} = g_A^2 (m_e c^2) M_{GT}^{2\nu} \quad (3.32)$$

Consideramos que el elemento de matriz $M^{2\nu}$ solo se describe mediante transiciones Gamow-Teller pues la componente de Fermi es poco probable por la simetría de isospín y se da que $|M_F^{2\nu}| \ll |M_{GT}^{2\nu}|$. La integral de espacio de fase $G^{2\nu}$ para transiciones Gamow-Teller viene dada

$$G^{2\nu} = \frac{G^4 m_e^7}{64\pi^7 l n 2} \int d\Omega_{2\nu} a(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \frac{1}{3} (K^2 + L^2 + KL) \quad (3.33)$$

La corrección de Coulomb de los electrones será

$$a(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = F_0(Z, \varepsilon_1) F_0(Z, \varepsilon_2) \quad (3.34)$$

donde $F_0(Z, \varepsilon)$ es el factor de Fermi, en aproximación no relativista es

$$F_0(Z, \varepsilon) = \frac{\varepsilon}{p} \frac{2\pi Z\alpha}{1 - e^{-2\pi Z\alpha}} \quad (3.35)$$

Las constantes K y L son

$$K = \frac{m_e}{E_a + \varepsilon_1 + \omega_1 - M_i} + \frac{m_e}{E_a + \varepsilon_2 + \omega_2 - M_i} \quad (3.36)$$

$$L = \frac{m_e}{E_a + \varepsilon_1 + \omega_2 - M_i} + \frac{m_e}{E_a + \varepsilon_2 + \omega_1 - M_i} \quad (3.37)$$

Por otro lado

$$d\Omega_{2\nu} = 2m_e^{-11} (k_1 k_2 \omega_1 \omega_2) (p_1 p_2 \varepsilon_1 \varepsilon_2) \delta(\omega_1 + \omega_2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - E_f - M_i) d\omega_1 d\omega_2 d\varepsilon_1 d\varepsilon_2 \quad (3.38)$$

donde k_i y p_i son los momentos y ω_j y ε_j son las energías de salida del leptón no cargado y el cargado respectivamente, E_f es la energía del núcleo hijo, E_a la energía del núcleo intermedio y M_i la masa del núcleo inicial.

El elemento de matriz para la desintegración doble beta entre los estados fundamentales $0^+ \rightarrow 0^+$ viene dado por

$$M_{GT}^{2\nu} = \sum_{K=0, \pm 1} \sum_{m_i, m_f} \frac{\langle 0_f^+ | \beta_{-K}^- | \omega_K^{m_f} \rangle \langle \omega_K^{m_f} | \omega_K^{m_i} \rangle \langle \omega_K^{m_i} | \beta_K^- | 0_i^+ \rangle}{(\omega_K^{m_f} + \omega_K^{m_i}) / 2} \quad (3.39)$$

La suma se extiende sobre todos los estados 1^+ del núcleo intermedio como podemos ver en la figura 3.2. Los índices i (f) indican que las cuasipartículas y los estados excitados de los núcleos están definidos con respecto a los estados fundamentales de los núcleos inicial y final. La superposición tiene en cuenta la no ortogonalidad de los estados intermedios, es decir, los estados intermedios alcanzados desde el estado del núcleo inicial no son ortogonales con los estados alcanzados por el estado del núcleo final.

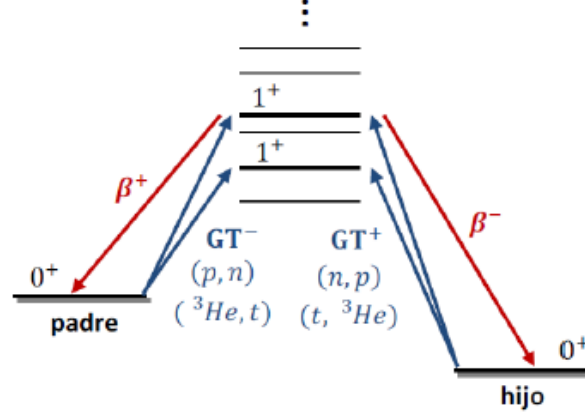


Figura 3.2: Representación de la desintegración doble beta entre los estados $0^+ \rightarrow 0^+$ como dos transiciones de los estados fundamentales núcleos padre e hijo a todos los estados 1^+ del núcleo intermedio.

Definimos el solapamiento del siguiente modo

$$\langle \omega_K^{m_f} | \omega_K^{m_i} \rangle = \sum_{l_i, l_f} \left[X_{l_f K}^{m_f} X_{l_i K}^{m_i} - Y_{l_f K}^{m_f} Y_{l_i K}^{m_i} \right] \mathcal{R}_{l_f l_i} \langle BCS_f | BCS_i \rangle \quad (3.40)$$

donde l_i y l_f representan los pares de cuasipartículas np para los núcleos inicial y final. El factor $\mathcal{R}_{l_f l_i}$ se define como

$$\mathcal{R}_{l_f l_i} = \langle n | n' \rangle \langle p | p' \rangle \left(u_n^i u_{n'}^f + v_n^i v_{n'}^f \right) \left(u_p^i u_{p'}^f + v_p^i v_{p'}^f \right) \quad (3.41)$$

incluye el solapamiento de las funciones de partícula independiente entre los estados inicial y final.

Por otro lado, el factor de solapamiento entre los estados final e inicial puede escribirse como producto del factor de solapamiento del neutrón y del protón para un Ω dado (número cuántico de la proyección del momento angular), de modo

$$\begin{aligned} \langle BCS_f | BCS_i \rangle &= \langle BCS_f(p) | BCS_i(p) \rangle \langle BCS_f(n) | BCS_i(n) \rangle \\ &= \prod_{\Omega_p} \langle BCS_f(\Omega_p) | BCS_i(\Omega_p) \rangle \prod_{\Omega_n} \langle BCS_f(\Omega_n) | BCS_i(\Omega_n) \rangle \end{aligned} \quad (3.42)$$

donde

$$\langle BCS_f(\Omega) | BCS_i(\Omega) \rangle = \left\langle \prod_{k=1}^{N_\Omega} \left(u_k^f + v_k^f a_k^f a_k^f \right) \middle| \prod_{l=1}^{N_\Omega} \left(u_l^i + v_l^i a_l^i a_l^i \right) \right\rangle \quad (3.43)$$

Siendo N_Ω el número de estados de partícula independiente con el mismo valor de Ω . Mediante un cálculo directo obtenemos que

$$\langle BCS_f(\Omega) | BCS_i(\Omega) \rangle = \prod_{k=1}^{N_\Omega} \left(u_k^f u_k^i + v_k^f v_k^i \right) \quad (3.44)$$

Por lo tanto, el factor de solapamiento queda

$$\langle BCS_f | BCS_i \rangle = \prod_{\Omega_p} \prod_{k=1}^{N_{\Omega_p}} \left(u_k^f u_k^i + v_k^f v_k^i \right) \prod_{\Omega_n} \prod_{l=1}^{N_{\Omega_n}} \left(u_l^f u_l^i + v_l^f v_l^i \right) \quad (3.45)$$

Capítulo 4

Resultados

4.1. Estructura nuclear

Para describir la estructura nuclear de manera teórica hemos seguido los siguientes pasos. En primer lugar resolveremos la ecuación Hartree-Fock axialmente deformado con diferentes fuerzas de Skyrme, SLy4 y SG2 para obtener la energía del estado fundamental de los isótopos par-par. Incluimos las interacciones de apareamiento con la aproximación BCS. Una vez obtenidos los valores óptimos de los parámetros b y q para la base del oscilador armónico deformado, los cálculos HF+BCS deformado nos dan el valor para la deformación cuadrupolar a la que la energía alcanza un valor mínimo. Obtendremos también el valor de la energía y de otras propiedades del estado fundamental incluyendo la configuración del estado de partícula independiente.

Posteriormente dibujaremos la curva de la energía de excitación frente a la deformación cuadrupolar de los núcleos. Si aparecen varios mínimos en la curva energía frente a la deformación cuadrupolar, podemos aplicar diferentes valores de los parámetros b y q a cada mínimo y sus alrededores, de este modo obtendremos resultados más realistas. El mínimo más profundo corresponderá al estado fundamental teórico y el resto de mínimos a estados de forma. Podemos considerar que todas las formas en equilibrio (mínimos) que aparecen en un isótopo dado son estados independientes, todos ellos con influencia sobre diferentes procesos dinámicos como puede ser la desintegración β .

4.1.1. Propiedades del estado fundamental

Comenzaremos estudiando las posibles deformaciones de los núcleos a estudiar ($^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$, $^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$ y $^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$) mediante un cálculo HF+BCS descritos en el capítulo 2. Utilizaremos las dos fuerzas de Skyrme [SLy4 y SG2] descritas en la sección 2.2. De estos cálculos obtenemos los valores para la deformación cuadrupolar correspondiente a la energía mínima.

El parámetro de deformación cuadrupolar dado por la ecuación

$$\beta = \sqrt{\frac{\pi}{5}} \frac{Q_p}{Z \langle r_c^2 \rangle} \quad (4.1)$$

depende del momento cuadrupolar Q_p

$$Q_p = e \sum_{j=1}^Z r_j^2 Y_{20}(\theta_j, \varphi_j) \quad (4.2)$$

y del radio cuadrático medio $\langle r_c^2 \rangle$

$$\langle r_c^2 \rangle = \frac{\int r^2 \rho_c(\vec{r}) d\vec{r}}{\int \rho_c(\vec{r}) d\vec{r}} \quad (4.3)$$

Obtenemos también los valores de los mínimos de energía y de los radios cuadráticos medios. El siguiente paso que realizamos es calcular la energía del núcleo a partir del método Hartree-Fock + BCS en función de la deformación cuadrupolar. Haremos una representación gráfica de esos valores energéticos frente a la deformación. Obteniendo información de los mínimos de energía correspondientes a las distintas deformaciones en equilibrio. En la figura 4.1 representaremos la curva de energía de Hartree-Fock utilizando las dos fuerzas de Skyrme descritas en la sección 2.2 en función del parámetro de deformación cuadrupolar.

Núcleo	Fuerza	Δ_n	Δ_p	$b(fm^{-1})$	q	β	$E_{TOT} (\cdot 10^3 MeV)$	$r_C (fm)$	Deformación
^{96}Zr	SLy4	0.8	1.5	0.446	0.89	-0.011	-0.826047	4.37	esférica
	SG2	0.8	1.5	0.480	0.80	-0.165	-0.845754	4.37	oblada
				0.476	1.01	-0.003	-0.846056	4.34	esférica
				0.482	1.29	0.160	-0.845676	4.37	prolada
^{96}Mo	SLy4	1.0	1.5	0.453	0.84	-0.024	-0.830111	4.40	esférica
	SG2	1.0	1.5	0.484	1.10	0.017	-0.846818	4.37	esférica
				0.484	1.10	0.162	-0.846680	4.40	prolada
^{100}Mo	SLy4	1.3	1.6	0.442	0.61	-0.177	-0.858000	4.48	oblada
	SG2	1.3	1.6	0.449	0.57	-0.196	-0.878580	4.47	oblada
				0.476	1.38	0.177	-0.878458	4.44	prolada
^{100}Ru	SLy4	1.3	1.6	0.463	1.32	0.132	-0.858063	4.48	prolada
	SG2	1.3	1.6	0.467	0.85	-0.093	-0.876580	4.45	oblada
				0.479	1.37	0.164	-0.878040	4.46	prolada
^{136}Xe	SLy4	1.4	1.0	0.531	1.00	0	-1.138360	4.83	esférica
	SG2	1.4	1.0	0.542	0.97	0	-1.166630	4.82	esférica
^{136}Ba	SLy4	1.0	1.3	0.530	1.22	0.045	-1.138380	4.85	prolada
	SG2			0.452	1.20	0.060	-1.162830	4.85	prolada

Tabla 4.1: Valores de los parámetros de gap para neutrones (Δ_n) y protones (Δ_p), los parámetros b y q de la base del oscilador, la deformación cuadrupolar β , mínimo de energía E_{TOT} y radio de carga r_C para las fuerzas de Skyrme SLy4 y SG2 para todos los mínimos que aparecen en las gráficas de la figura 4.1.

Podemos ver en la gráfica 4.1 los valores para los parámetros b y q , la deformación cuadrupolar β , los parámetros de gap, la energía total del estado fundamental y el radio cuadrático mínimo para cada mínimo que aparece en las gráficas de la figura 4.1. Hemos obtenido unos valores óptimos de b y q para cada mínimo.

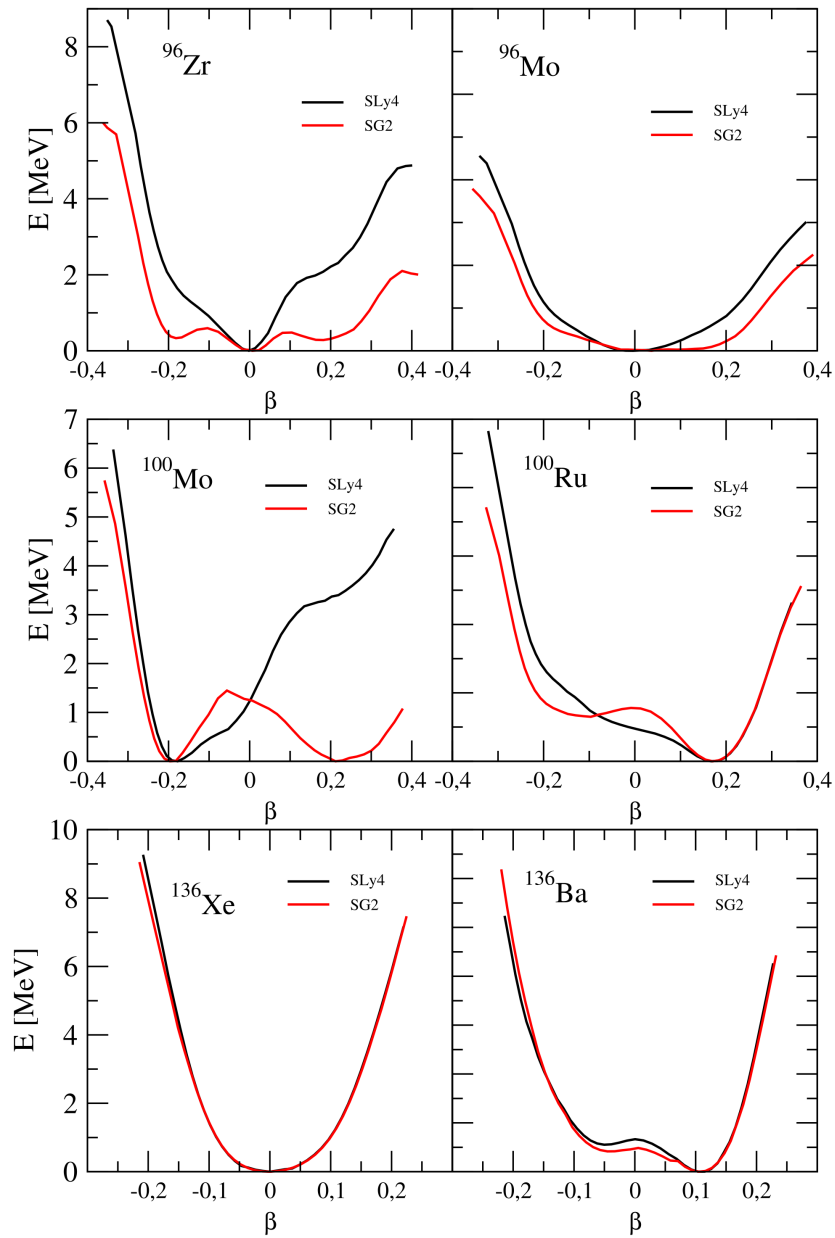


Figura 4.1: Energía de excitación en MeV partir de un cálculo de Hartree-Fock frente al parámetro de deformación cuadrupolar β con fuerzas de Skyrme SLy4 y SG2 para los núcleos ^{96}Zr , ^{96}Mo , ^{100}Mo , ^{100}Ru , ^{136}Xe y ^{136}Ba .

Podemos ver en la figura 4.1 que los cálculos obtenidos para la fuerza de Skyrme SLy4 son similares a los obtenidos para la fuerza SG2 en los núcleos ^{96}Mo , ^{136}Xe y ^{136}Ba . Podemos ver que los núcleos ^{96}Mo y ^{136}Xe muestran claramente una forma esférica. En el caso del ^{136}Ba podemos observar dos mínimos próximos en energía por lo que tenemos la posibilidad de coexistencia de forma en este isótopo. Por otro lado el isótopo ^{100}Ru muestra una deformación prolada en su estado fundamental. Mientras que en los núcleos ^{96}Zr y ^{100}Mo podemos ver que para la fuerza de Skyrme SLy4 muestran una deformación esférica y oblada respectivamente, para la fuerza SG2 tenemos tres mínimos de energía correspondientes a cada tipo de deformación para el núcleo ^{96}Zr y dos mínimos para el ^{100}Mo , siendo la deformación oblada y prolada.

4.2. Distribuciones de intensidad Gamow-Teller

Después de realizar los cálculos de Hartree-Fock y BCS, introducimos la interacción residual de espín-isospín que contiene dos partes, la interacción partícula-partícula (pp) y partícula-hueco (ph). Resolvemos las ecuaciones QRPA para los estados para los que obtenemos mínimos en la figura 4.1 y obtenemos las distribuciones de intensidad Gamow-Teller. La fuerza repulsiva ph determina la estructura de la resonancia GT y su localización. Para reproducir la energía de resonancia debemos ajustar la constante de acoplo χ_{GT}^{ph} . La parte atractiva pp es la interacción de apareamiento protón-neutrón. Se introduce como una fuerza separable y la constante de acoplo κ_{GT}^{pp} se ajusta normalmente a la fenomenología de las vidas medias. Generalmente las constantes de acoplo se ajustan dependiendo del número de nucleones del núcleo estudiado. En este trabajo tomaremos unos valores fijos para las constantes $\chi_{GT}^{ph} = 0,12 \text{ MeV}$ y $\kappa_{GT}^{pp} = 0,05 \text{ MeV}$, que corresponden aproximadamente a los valores que obtendríamos utilizando $\chi_{GT}^{ph} = 3,0/A^{0,7}$ y $\kappa_{GT}^{pp} = 1,8/A^{0,7}$ [SMM16]. Buscamos reproducir la posición de la resonancia para los núcleos de los que tenemos datos experimentales medidos en reacciones de tipo (p, n) y (n, p) en la media región de masa.

En las figuras 4.2-4.4 representamos las distribuciones de intensidad Gamow-Teller de los núcleo padre $B(GT^-)$ y de los núcleos hijo $B(GT^+)$ en función de la energía. Presentaremos en las gráficas superiores las distribuciones de intensidad frente a la energía de excitación del núcleo hijo y en las inferiores las distribuciones Gamow-Teller acumuladas. Hemos de tener en cuenta el factor de *quenching* que vimos en la expresión (3.21) cuyo valor es de 0,49. Mostraremos todas las distribuciones de intensidad GT para las distintas deformaciones que presenten los núcleos. Comparando nuestras gráficas con los valores experimentales buscamos determinar que deformación se ajusta mejor de modo que obtengamos resultados más realistas.

En la figura 4.5 se muestran las sumas acumuladas de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller sin tener en cuenta en ellas el factor de quenching. Este paso lo realizamos para ver si se cumple la regla de la suma de Ikeda, cuya ecuación es de la siguiente forma

$$B_{GT}^- - B_{GT}^+ = 3(N - Z) \quad (4.4)$$

Debemos tener en cuenta que la distribución B_{GT}^- del núcleo padre será mucho mayor que la distribución de intensidad B_{GT}^+ . Por lo que podemos aproximar para núcleos padre

$$B_{GT}^- \simeq 3(N - Z) \quad (4.5)$$

Podemos ver como nuestros resultados se ajustan satisfactoriamente a la regla de la suma de Ikeda en la figura 4.5 en los paneles de la izquierda.

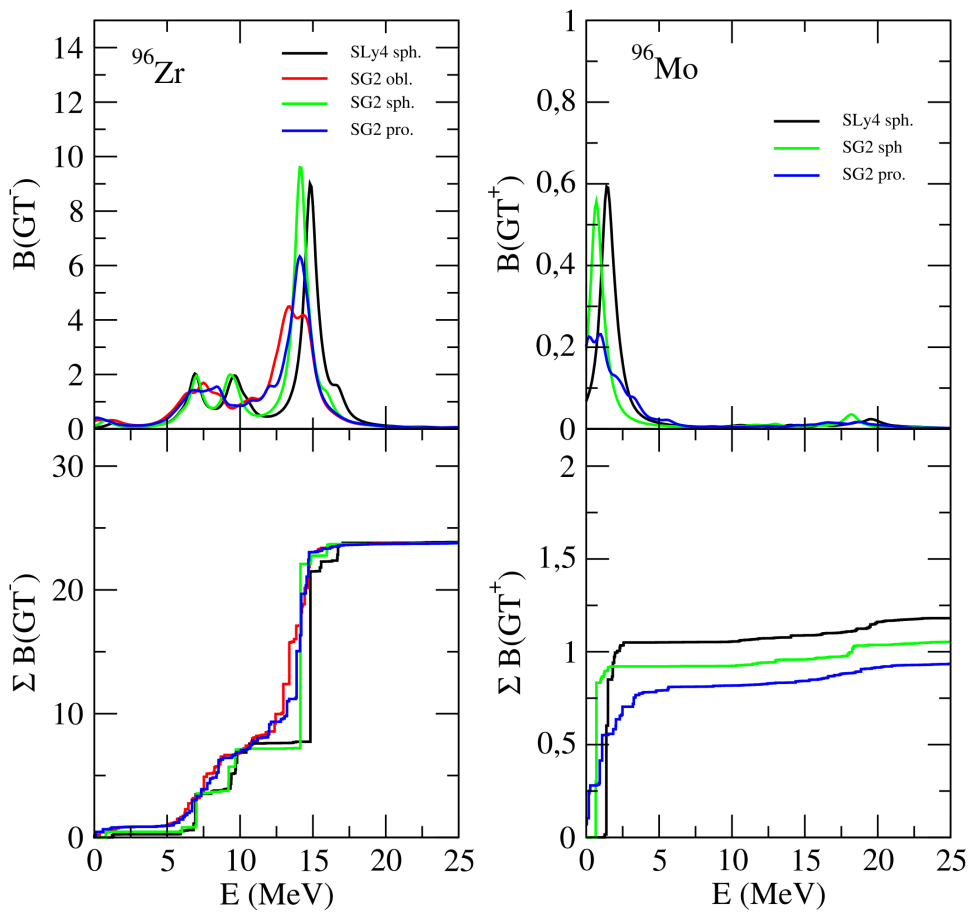


Figura 4.2: Gráficas superiores: Representación de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller para los núcleos padre (^{96}Zr) e hijo (^{96}Mo) involucrados en el proceso de desintegración doble beta $^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$ frente a la energía de excitación del núcleo hijo para las distintas deformaciones para las fuerzas SLy4 y SG2. Gráficas inferiores: sumas acumuladas de la distribución de intensidad GT.

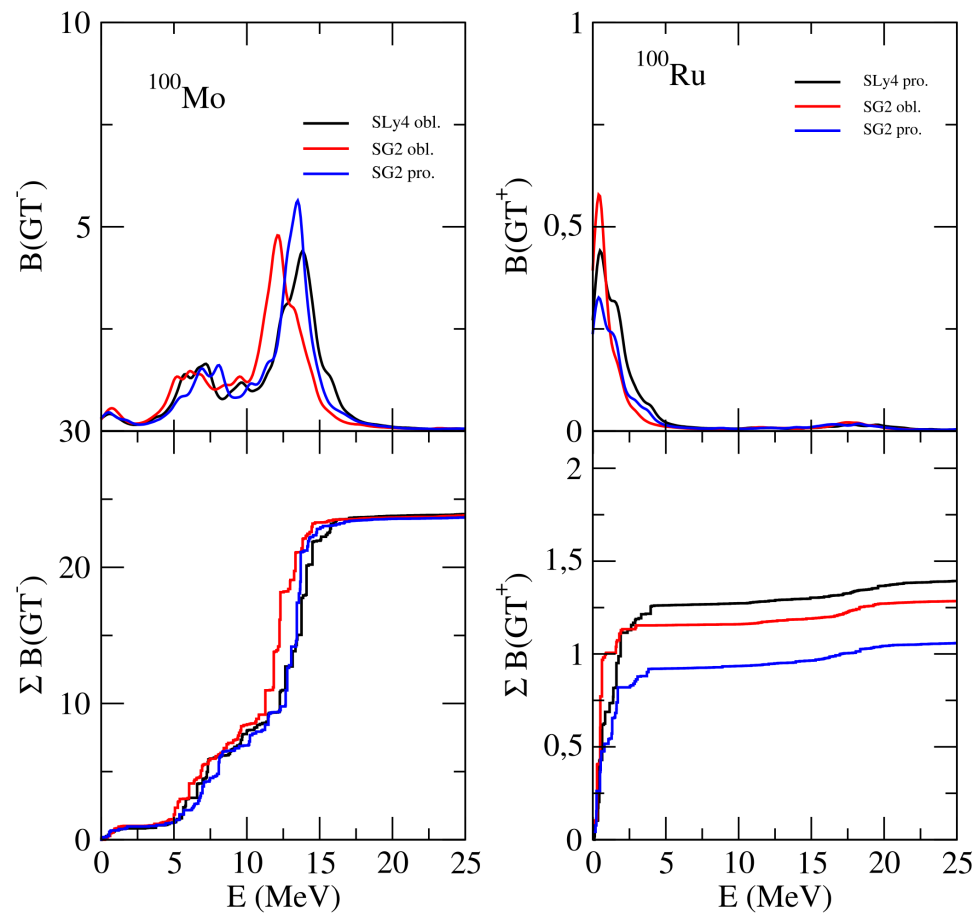


Figura 4.3: Igual que la figura 4.2 para el proceso $^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$.

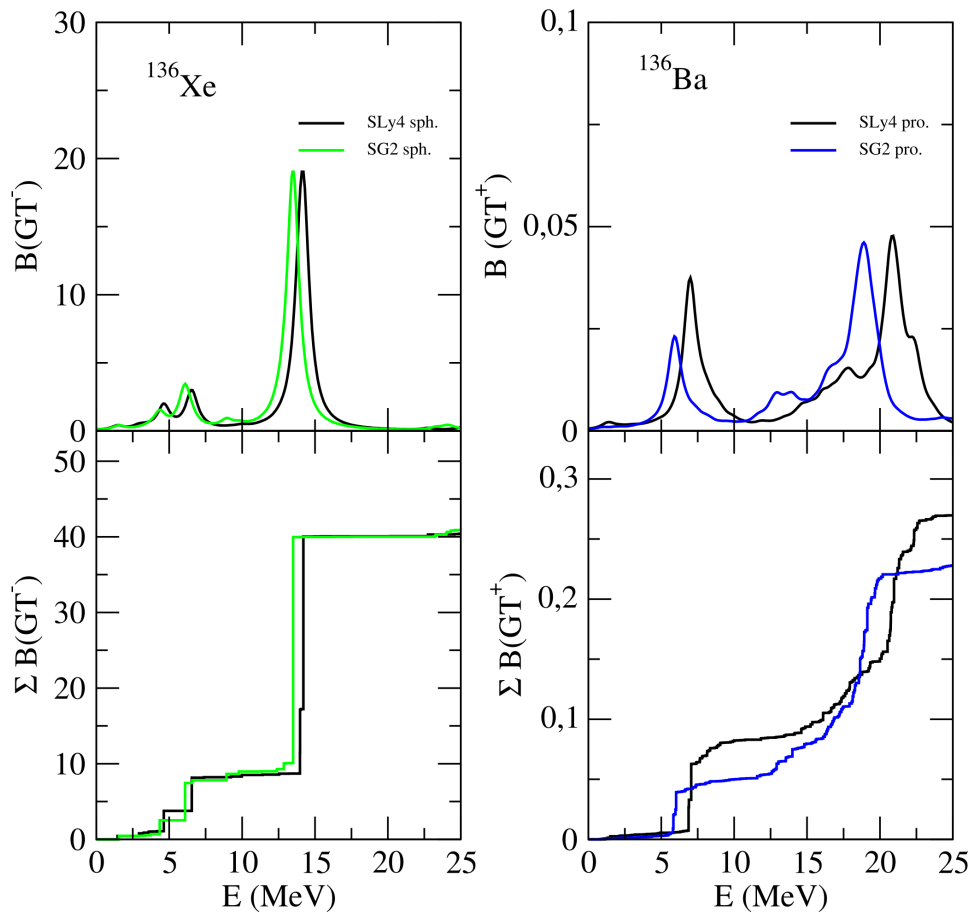


Figura 4.4: Igual que la figura 4.2 para el proceso $^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$.

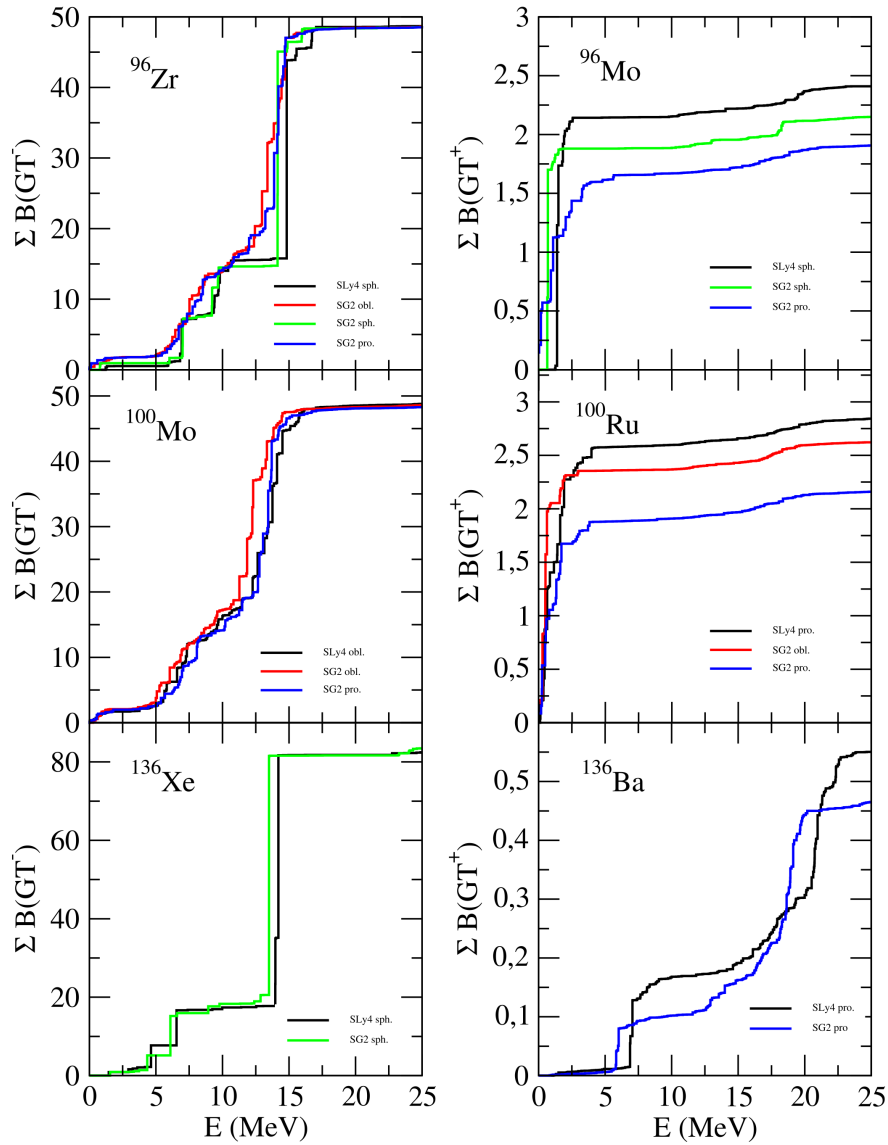


Figura 4.5: Figuras columna de la izquierda: Sumas acumuladas de las distribuciones Gamow-Teller (GT^-) de los núcleos padre ^{96}Zr , ^{100}Mo y ^{136}Xe . Figuras columna de la derecha: Sumas acumuladas de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller (GT^+) de los núcleos hijo ^{96}Mo , ^{100}Ru y ^{136}Ba .

No podemos comparar los resultados de las distribuciones de intensidad GT obtenidos mediante nuestro formalismo teórico con datos extraídos de reacciones de tipo intercambio de carga en todo el intervalo de energía. Este tipo de experimentos tienen muy poca resolución a alta energía por lo que los valores experimentales corresponden a energías bajas, menores a 5 MeV . Por lo que en la siguiente sección compararemos nuestros resultados a baja energía con los medidos experimentalmente.

4.2.1. Distribuciones de intensidad Gamow-Teller a baja energía.

Como hemos visto anteriormente no nos es posible comparar nuestros resultados con los valores experimentales obtenidos a partir de experimentos de intercambio de carga (n, p) y (p, n) debido a la poca resolución de estos experimentos. Por lo que limitaremos el intervalo de energía en el que trabajamos al medido experimentalmente. Compararemos nuestros resultados con valores extraídos de reacciones más complejas que las anteriormente mencionadas como son ($^3\text{He}, t$) o ($t, ^3\text{He}$) y ($^2\text{He}, d$) o ($d, ^2\text{He}$) dado que este tipo de experimentos conseguimos resoluciones de entre $100 - 300\text{ keV}$. De modo que repetimos el procedimiento realizado en el apartado anterior a bajas energías y podemos verlo en las figuras 4.7-4.9.

Tomaremos los datos de la referencia [Thi12b] para el ^{96}Zr , donde miden la distribución de intensidad GT de la reacción $^{96}\text{Zr} (^3\text{He}, t) ^{96}\text{Nb}$, mientras que para el ^{96}Mo mediante la reacción $^{96}\text{Mo} (d, ^2\text{He}) ^{96}\text{Nb}$ tomamos los datos de [Doh08]. Podemos ver la representación esquemática en la figura 4.6 de la desintegración doble beta que sufre el isótopo ^{96}Zr y un esquema de niveles a baja energía del núcleo intermedio ^{96}Nb . Sólo alcanzaremos los estados intermedios 1^+ en este modo de desintegración. En este caso obtendremos las distribuciones de intensidad GT^- a partir de reacciones ($^3\text{He}, t$) y GT^+ a partir de ($d, ^2\text{He}$).

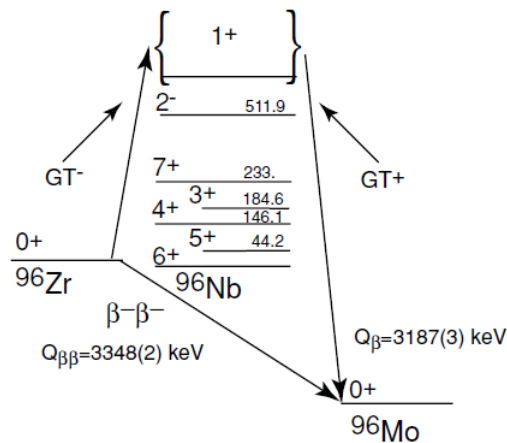


Figura 4.6: Representación esquemática de la desintegración $2\nu\beta\beta$ del isótopo ^{96}Zr . La desintegración beta al estado fundamental del núcleo intermedio ^{96}Nb es energéticamente posible pero no sucede debido al momento angular. Las energías de excitación están dadas en keV.

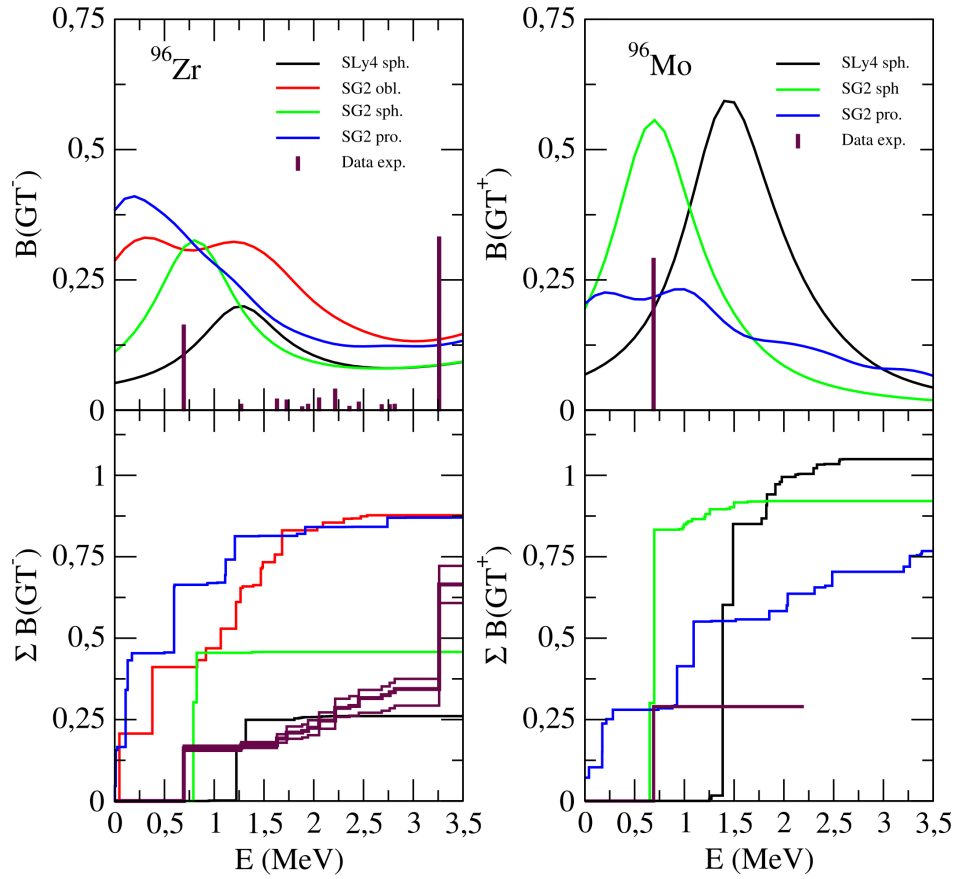


Figura 4.7: Gráficas superiores: Representación de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller para los núcleos padre (^{96}Zr) e hijo (^{96}Mo) involucrados en el proceso de desintegración doble beta $^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$ frente a la energía de excitación $[0 - 3,5 \text{ MeV}]$ para las distintas deformaciones para las fuerzas SLy4 y SG2. Gráficas inferiores: sumas acumuladas de la distribución de intensidad GT. Los datos experimentales se han obtenido de [Thi12b] para el ^{96}Zr y de [Doh08] para el ^{96}Mo .

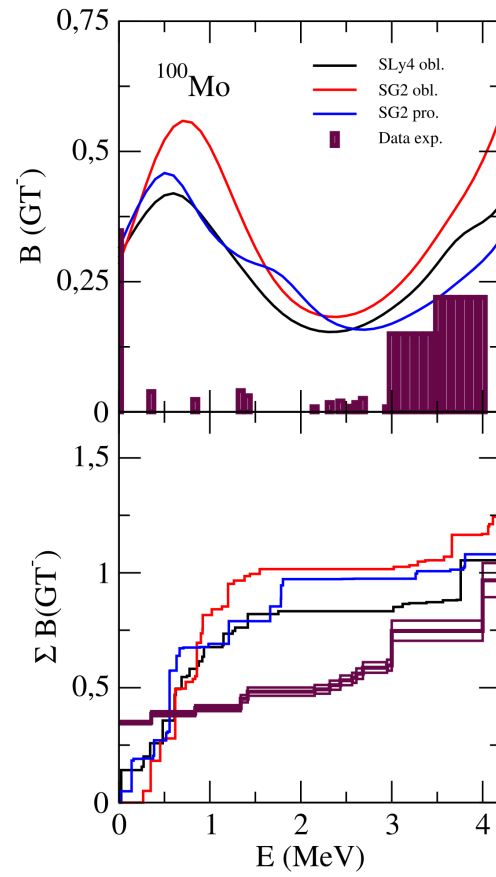


Figura 4.8: Lo mismo que la figura 4.7 para el núcleo ^{100}Mo . Los datos experimentales se han obtenido de la referencia [Thi12c].

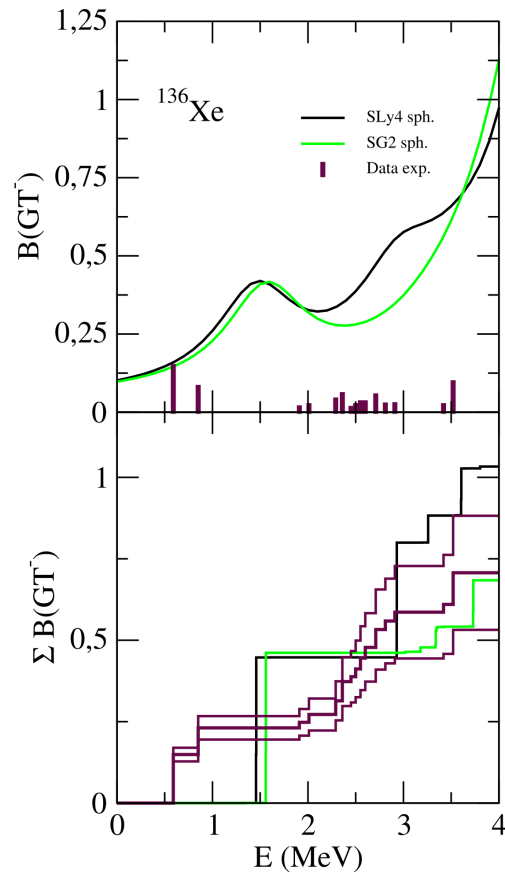


Figura 4.9: Lo mismo que la figura 4.7 para el núcleo ^{136}Xe . Los datos experimentales se han obtenido de la referencia [Pup11]

Podemos ver en las figuras 4.7-4.9 que aunque no conseguimos una descripción detallada de la distribución de intensidad Gamow-Teller a baja energía, si que reproducimos de manera aceptable la suma de las distribuciones de intensidad en este rango, sobre todo en los núcleos ^{100}Mo y ^{136}Xe . Obtenemos también una fuerte dependencia con la deformación que analiza-

remos más adelante. En el caso del isótopo ^{96}Mo tenemos un único dato experimental de la reacción. Observamos además que los resultados obtenidos para la fuerza de Skyrme SG2 de la suma de la distribución son más próximos a la intensidad total que los obtenidos para la fuerza SLy4.

Vamos a analizar la dependencia de nuestros resultados con los diferentes parámetros como son los distintos tipos de fuerza de Skyrme utilizadas, la interacción residual y las deformaciones de los núcleos. Utilizaremos los núcleos de los que tenemos datos experimentales de reacciones de intercambio de carga. Hemos visto en las figuras 4.7-4.9 que el tipo de fuerza de Skyrme influye, obtenemos valores más próximos a los datos experimentales con la fuerza SG2.

Por otro lado podemos ver en las figuras 4.7-4.9 la dependencia con la deformación de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller. La deformación rompe la degeneración de las capas esféricas por lo cual las distribuciones GT están más fragmentadas para núcleos deformados que para núcleos esféricos.

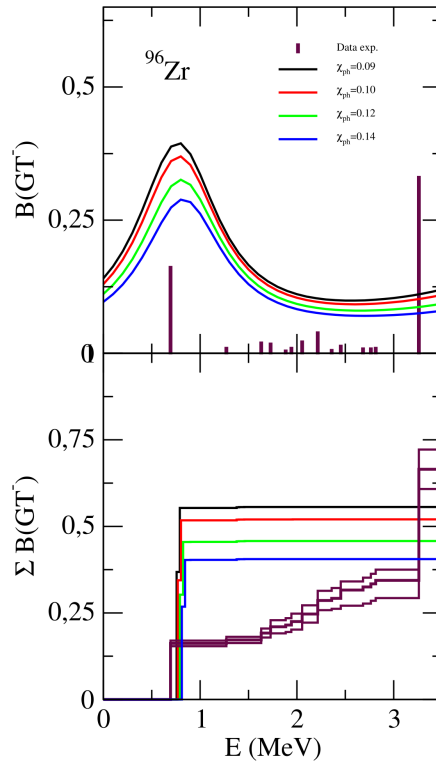


Figura 4.10: Lo mismo que la figura 4.7 únicamente para la fuerza de Skyrme SG2 y la deformación esférica, para diversas intensidades de la constante de acopló χ_{ph}^{GT} , dejando fijo el valor de la constante κ_{pp}^{GT} .

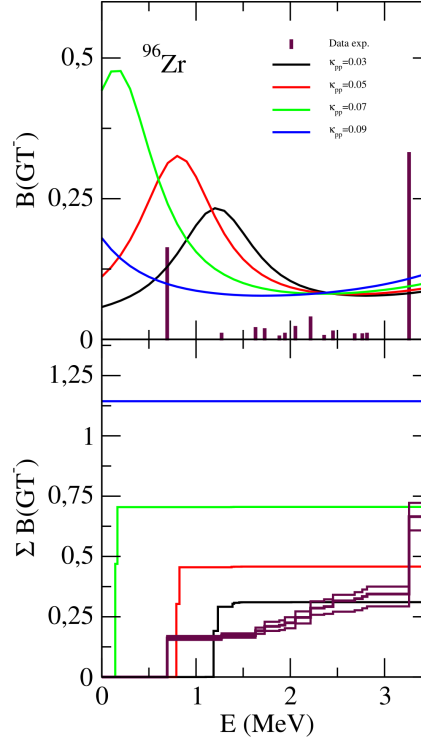


Figura 4.11: Lo mismo que la figura 4.10, para diversas intensidad de la constante de acoplo κ_{pp}^{GT} , dejando fijo el valor de la constante χ_{ph}^{GT} .

Otro parámetro del que debe analizarse la dependencia con él de los resultados es la interacción residual V_{GT} . La interacción residual reduce la intensidad Gamow-Teller, esto puede comprobarse calculando las distribuciones de intensidad GT con diferentes valores de los parámetros χ_{ph}^{GT} y κ_{pp}^{GT} . Vamos a representar la distribución de intensidad GT frente a la energía, en el rango de bajas energías para el núcleo ^{96}Zr además de los valores experimentales. Usaremos los datos obtenidos de la distribución de intensidad para la fuerza SG2 esféricos ya que es la que más se aproxima a los valores experimentales. Mostraremos en la figura 4.10 la dependencia de las distribuciones de intensidad con el parámetro χ_{ph}^{GT} $[0,09 - 0,014]$ MeV dejando el valor fijo de la constante $\kappa_{pp}^{GT} = 0,05 \text{ MeV}$. Podemos ver que al incrementar el valor de la constante χ_{ph}^{GT} disminuye la intensidad Gamow-Teller y esta se desplaza minimamente hacia energías mayores, pero esto último no representa un cambio muy apreciable. La disminución o el aumento de la distribución de la intensidad resulta importante a la hora de reproducir la resonancia gigante. Representamos la dependencia de la distribución GT con la constante de acoplo κ_{pp}^{GT} en la figura 4.11 variando su valor de 0,03 a 0,09 MeV dejando fijo $\chi_{ph}^{GT} = 0,12 \text{ MeV}$, a medida que aumentamos el valor de la constante veremos como aumenta la intensidad de la distribución. Podemos observar también que con el aumento de la constante κ_{pp}^{GT} la distribución se desplaza

a energías menores de manera mucho más significativa que el desplazamiento que obteníamos al variar la constante χ_{ph}^{GT} . Lo que nos permitirá reproducir con mayor exactitud la posición de la resonancia gigante.

4.3. Elementos de matriz nuclear $2\nu\beta\beta$

Estudiaremos a continuación los elementos de matriz nuclear (NME) para la desintegración doble beta de los núcleos estudiados, calculándolos a partir de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller. Compararemos los NME obtenidos con los calculados a partir de las vidas experimentales extraídas de la referencia [Sto16]. De este modo podremos ver qué combinación de deformaciones de los núcleos involucrados reproduce mejor con los valores experimentales. De este modo veremos como afecta el tipo de deformación al proceso de desintegración doble beta. Analizaremos, a su vez, el efecto de las interacciones residuales en la desintegración.

Comenzaremos calculando los elementos de matriz extraídos de [Sto16]. Partimos de los valores de la vida media experimentales y de la integral de espacio de fases para obtener los valores experimentales de los NME a partir de la siguiente ecuación

$$T_{1/2}^{2\nu} (0_{gs}^+ \rightarrow 0_{gs}^+) = \left[G^{2\nu} |M_{eff}^{2\nu}|^2 \right]^{-1} \quad (4.6)$$

como vimos en la sección 3.2.1, el elemento de matriz efectiva es de la forma

$$M_{eff}^{2\nu} = g_A^2 (m_e c^2) M_{GT}^{2\nu} \quad (4.7)$$

Por lo que el elemento de matriz nuclear experimental vendrá dado por la ecuación

$$|M_{GT}^{2\nu}|^2 = \frac{1}{g_A^4 (m_e c^2)^2 G^{2\nu}} \left[T_{1/2}^{2\nu} (0_{gs}^+ \rightarrow 0_{gs}^+) \right]^{-1} \quad (4.8)$$

Obtendremos dos valores experimentales que nos darán los límites superior e inferior de la región experimental; en uno de ellos tomaremos que el valor del ratio es $g_A/g_V = 1,25$ y el otro suponemos que su valor es $g_A/g_V = 1$. Los datos experimentales extraídos de la referencia [Sto16] los tenemos en la tabla 4.2.

$2\nu\beta\beta$	$G^{2\nu} (yr^{-1})$	$T_{1/2}^{2\nu} (yr)$	$M_{GT}^{2\nu} (g_A/g_V = 1,25) [MeV]$	$M_{GT}^{2\nu} (g_A/g_V = 1) [MeV]$
$^{96}Zr \rightarrow ^{96}Mo$	$6,744 \cdot 10^{-18}$	$2,35 \cdot 10^{19}$	0,0994	0,1545
$^{100}Mo \rightarrow ^{100}Ru$	$3,231 \cdot 10^{-18}$	$7,11 \cdot 10^{18}$	0,2612	0,4070
$^{136}Xe \rightarrow ^{136}Ba$	$1,332 \cdot 10^{-18}$	$2,19 \cdot 10^{21}$	0,0231	0,0362

Tabla 4.2: Valores experimentales de la vida media y la integral de espacio de fase de la desintegración doble beta para los núcleos ^{96}Zr , ^{100}Mo y ^{136}Xe extraídos de la referencia [Sto16].

Pasamos a representar ahora los elementos de matriz obtenidos a partir de la combinación de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller para las dos ramas GT^- y GT^+ . Los valores experimentales de $M_{GT}^{2\nu}$ se encuentran delimitados entre las dos líneas grises que corresponden a los dos valores de la constante de acoplo axial mencionados anteriormente. Utilizaremos el mismo valor para las constantes de acoplo que en el apartado 4.2, siendo $\chi_{GT}^{ph} = 0,12 MeV$ y $\kappa_{GT}^{pp} = 0,05 MeV$.

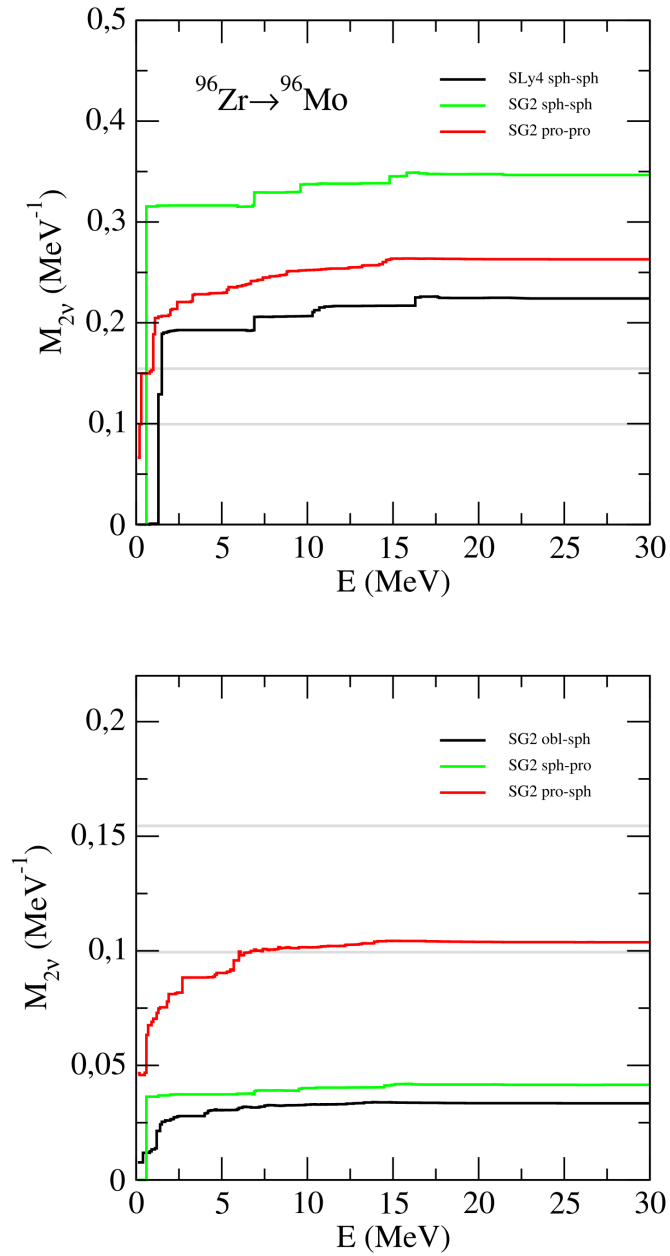


Figura 4.12: Gráfica superior: elementos de matriz nuclear de la desintegración $2\nu\beta\beta$ del isótopo ^{96}Zr para deformaciones iguales en el núcleo padre e hijo frente de la energía de excitación máxima del núcleo intermedio ^{96}Nb . Gráfica inferior: lo mismo que la superior para deformaciones diferentes del núcleo padre e hijo.

Podemos ver en la figura 4.12 que los resultados obtenidos de los elementos de matriz nuclear para los núcleos padre e hijo con la misma deformación son superiores a la región de NME obtenida a partir de las vidas medias experimentales. Mientras que en el caso de combinar diferentes deformaciones obtenemos valores inferiores. Solo una de las combinaciones coincide con los datos experimentales, y es la combinación entre las deformaciones prolada (núcleo padre) y esférica (núcleo hijo) para la fuerza de Skyrme SG2.

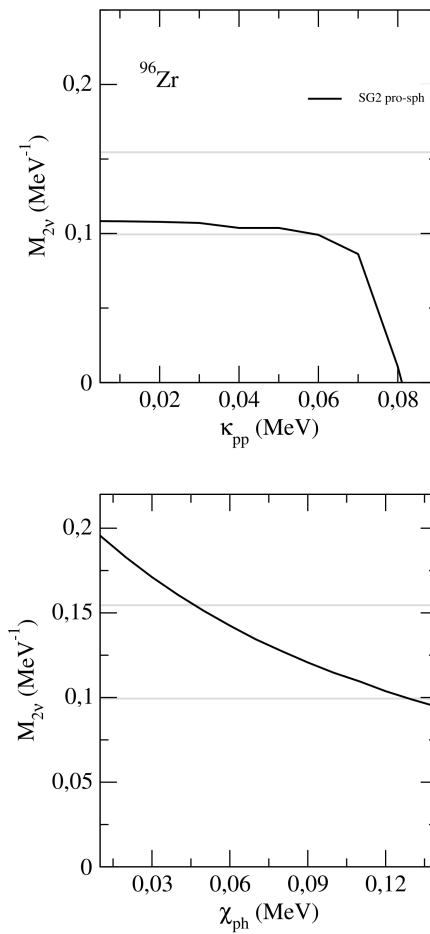


Figura 4.13: Gráfica superior: elementos de matriz nuclear de la desintegración $2\nu\beta\beta$ del isótopo ^{96}Zr para la fuerza SG2 y la combinación de deformaciones prolada (núcleo padre)-esférica (núcleo hijo) frente a la constante de acoplo κ_{pp} . Gráfica inferior: lo mismo que la superior frente a la constante de acoplo χ_{ph} .

Considerando el caso cuyo resultado para los elementos de matriz nuclear se encuentra dentro de la región experimental vamos a estudiar la dependencia de los NME con las constantes de acoplo. Para ello calcularemos los elementos de matriz nuclear para la fuerza SG2 y la combinación de las deformaciones prolada-esférica y variaremos el valor de las constantes, variaremos el valor de la constante de acoplo χ_{ph} en el intervalo $[0,01 - 0,12] \text{ MeV}$, dejando fijo el valor de $\kappa_{pp} = 0,05 \text{ MeV}$. Por otro lado variaremos κ_{pp} en el intervalo $[0,01 - 0,09] \text{ MeV}$ fijando $\chi_{ph} = 0,12 \text{ MeV}$. En la figura 4.13 se representa la dependencia y podemos ver que conjunto de valores de las constantes de acoplo de las interacciones residuales nos da resultados que estan dentro de la región de datos experimentales.

Vemos que el valor elegido para las constantes de acoplo esta dentro del intervalo de valores que reproducen los valores obtenidos de las vidas medias experimentales. Por lo que continuaremos utilizandolos para representar los resultados para los elementos de matriz nuclear del proceso $2\nu\beta\beta$ de los núcleos ^{100}Mo (figura 4.14) y ^{136}Xe (figura 4.15).

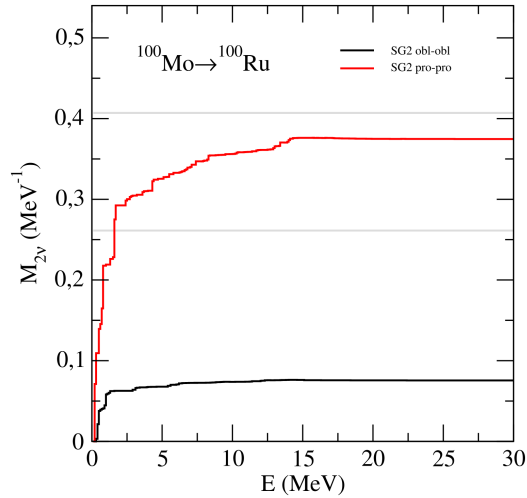


Figura 4.14: Elementos de matriz nuclear de la desintegración $2\nu\beta\beta$ del isótopo ^{100}Mo para deformaciones iguales en el núcleo padre e hijo frente de la energía de excitación máxima del núcleo intermedio ^{100}Tc .

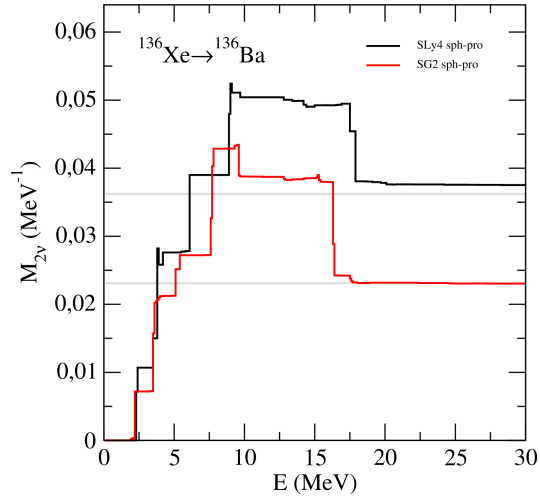


Figura 4.15: Lo mismo que en la figura 4.14 para el núcleo ^{136}Xe y para la combinación de las deformaciones esférica (núcleo padre)-prolada (núcleo hijo) para las fuerzas de Skyrme SLy4 y SG2.

Para el núcleo ^{100}Mo solo representamos en la figura 4.14 los elementos de matriz nuclear para el caso de deformaciones similares de los núcleos padre e hijo para la fuerza SG2. Ya que para el caso de combinaciones de deformaciones distintas los valores obtenidos son mínimos no los representamos gráficamente, los resultados para los elementos de matriz los exponemos en la tabla 4.3.

Tipo de fuerza	$\beta_{100\text{Mo}}$	$\beta_{100\text{Ru}}$	$M_{GT}^{2\nu}$ [MeV]
SLy4	-0,177	0,132	0,00007
SG2	-0,196	0,164	0,00005
SG2	0,177	-0,093	0,00505

Tabla 4.3: Resultados para los elementos de matriz nuclear de la desintegración doble beta del isótopo ^{100}Mo para mezcla de deformaciones de los núcleos padre e hijo.

Podemos ver que en el caso del núcleo ^{96}Zr (figura 4.12) en el caso de combinación de deformaciones similares de los núcleos padre e hijo obtenemos valores para los elementos de matriz nuclear sobreestimados, y en mayor proporción en el caso en que los núcleos tienen forma esférica. Mientras que el valor más próximo al intervalo experimental lo encontramos para deformaciones proladas. Considerando deformaciones distintas para la fuerza SG2 observamos que los resultados están subestimados salvo el obtenido para la combinación entre las deformaciones prolada en el núcleo padre y esférica en el núcleo hijo.

Para el isótopo ^{100}Mo podemos ver en la figura 4.14 los resultados obtenidos para los elementos de matriz están subestimados, siendo la combinación de deformaciones similares más próxima a los valores experimentales. El mejor resultado es el que se consigue considerando una deformación prolada tanto en el núcleo padre como en el hijo. Los resultados de la NME para deformaciones distintas son próximos a cero.

Por último, en el caso de la desintegración del isótopo ^{136}Xe (figura 4.15) observamos que los valores calculados para los elementos de matriz nuclear se ajustan de manera correcta a los valores experimentales para ambas fuerzas (SLy4 y SG2) considerando la forma esférica del núcleo padre y la deformación prolada del hijo.

En conclusión observamos que los valores obtenidos de la combinación de deformaciones similares son generalmente superiores a los que se consiguen considerando deformaciones distintas, y a medida que aumenta la diferencia entre las deformaciones involucradas disminuye los valores para los elementos de matriz nuclear. De modo que la dependencia de los elementos de matriz con la deformación cuadrupolar de los núcleos padre e hijo es importante. En general los valores experimentales de $M_{GT}^{2\nu}$ se reproducen utilizando las deformaciones compatibles con algo autoconsistente.

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo se han estudiado los elementos de matriz nuclear para la desintegración doble beta con emisión de neutrinos de los núcleos $^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$, $^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$ y $^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$ a partir de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller en las dos ramas GT^- y GT^+ entre los núcleos padre e hijo con el núcleo intermedio. Para llegar a estudiar los NME hemos descrito la estructura nuclear de los núcleos involucrados en la desintegración $2\nu\beta\beta$ mediante el método Hartree-Fock deformado autoconsistente con las fuerzas de Skyrme SLy4 y SG2 y con aproximación BCS para incluir las correlaciones de apareamiento. A partir de estos cálculos hemos obtenido las energías correspondiente a las deformaciones cuadrupolares que presentan los núcleos. Muestran forma esférica en su estado fundamental los isótopos ^{96}Mo y ^{136}Xe . Hemos observado que el núcleo ^{136}Ba presenta coexistencia de forma debido a la proximidad de sus dos mínimos. Para estos tres núcleos los resultados para las dos fuerzas de Skyrme utilizadas son similares. Mientras que para ^{96}Zr y ^{100}Mo no obtenemos deformaciones similares. En el caso del isótopo ^{96}Zr para la fuerza SLy4 la forma del estado fundamental es esférica y para la fuerza SG2 el mínimo correspondiente al estado fundamental es de forma esférica pero presenta dos estados de forma oblada y prolada. La situación es similar para el ^{100}Mo pues para la fuerza SLy4 obtenemos un solo mínimo correspondiente a la deformación oblada y en el caso de SG2 tenemos dos mínimos, un oblado y otro prolado.

El siguiente paso que hemos realizado ha sido introducir la interacción residual espín-isospín con las ecuaciones QRPA y de este modo obtener las distribuciones de intensidad Gamow-Teller y su suma acumulada. Obtenemos las distribuciones GT para el núcleo padre (GT^-) y para el núcleo hijo (GT^+) entre los estados fundamentales 0^+ y el estado excitado 1^+ del núcleo intermedio en función de la energía. Introducimos el factor de quenching. Hemos tomado valores fijos para las constantes de acoplo $\chi_{ph} = 0,12 \text{ MeV}$ y $\kappa_{pp} = 0,05 \text{ MeV}$. Hemos comparado nuestros resultados a bajas energías con los datos experimentales obtenidos mediante reacciones de tipo (n, p) y (p, n) . En particular $(^3\text{He}, t)$ para los núcleos ^{96}Zr , ^{100}Mo y ^{136}Xe y la reacción $(d, ^2\text{He})$ para el isótopo ^{96}Mo . Hemos estudiado la dependencia de las distribuciones de intensidad Gamow-Teller con la deformación, con la fuerza de Skyrme obteniendo resultados más próximos a los valores experimentales con la fuerza SG2 y finalmente con la interacción residual tomando diferentes valores de las constantes de acoplo. En general reproducimos aceptablemente la suma acumulada de las distribuciones de intensidad GT a baja energía aunque no se puede describir en detalle.

Finalmente hemos calculado los elementos de matriz nuclear de la desintegración doble beta con emisión de neutrinos a partir de las distribuciones de intensidad GT. Comparando los resultados obtenidos con una región experimental obtenida a partir de los valores experimentales de la vida media de los núcleos estudiados tomando como límites los valores obtenidos para $g_A/g_V = 1,25$ y $g_A/g_V = 1$. Observamos la fuerte dependencia de los elementos de matriz nuclear con la deformación cuadrupolar de los núcleos padre e hijo. En particular podemos ver que para el isótopo ^{96}Zr la combinación de deformaciones similares de los núcleos padre e hijo nos da valores sobreestimados mientras que con deformaciones diferentes obtenemos valores próximos a la región experimental. El mejor resultado lo conseguimos con la deformación prolada del núcleo padre y la forma esférica del hijo. En el caso del ^{136}Xe también observamos como la mezcla de deformaciones distintas nos da resultados que concuerdan con los valores experimentales para los elementos de matriz. Esto no se observa en el caso del núcleo ^{100}Mo ya que la combinación de deformaciones similares nos da valores más cercanos a los experimentales que con deformaciones distintas. La combinación de deformación prolada de los núcleos padre e hijo nos da el mejor resultado. Los resultados para los NME para deformaciones similares de los núcleos son siempre menores que los obtenidos para deformaciones distintas. También observamos que con deformaciones autoconsistentes los resultados para los elementos de matriz se reproducen razonablemente. Estudiamos además la dependencia de los elementos de matriz con las constantes de acoplo. Hemos fijado χ_{ph} y variamos el valor de la constante κ_{pp} y viceversa para el caso de la combinación entre las deformaciones prolada-esférica para la fuerza SG2 del núcleo ^{96}Zr . De este modo hemos obtenido el intervalo de valores en el que obtendríamos buenos resultados dentro del cual se encuentran los valores que fijamos a la hora de calcular las distribuciones de intensidad Gamow-Teller.

Bibliografía

- [AS70] M. Abramovitz and I. A. Stegun (eds.), *Handbook of Mathematical functions*, Dover, (1970).
- [AW95] G. Audi et al., Chinese Phys. C **36**, 1157 (1995).
- [BCS57] J. Bardeen, L.N. Cooper and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 1175-1204 (1957).
- [BET61] G. E. Beown, J. A. Evans and D. J. Thouless, Nucl. Phys. **24**, 285-303 (1961).
- [BM69] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, W. A. Benjamin, New York (1969).
- [BM75] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, W. A. Benjamin, New York (1975).
- [BT75] G. F. Bertsch and S. F. Tsai, Phys. Rep. **18**, 125-158 (1975).
- [Cha98] E. Chabanat et al., Nucl. Phys. A **635**, 231-256 (1998).
- [Doh08] H. Dohmann et al., Phys. Rev. C **78**, 041602 (2008)
- [Ell27] C. D. Ellis and W. A. Wooster, Proc. R. Soc. A **117**, 109 (1927).
- [Foc30] V. A. Fock, Zeitschrift für Physik, **61**, 126 (1930).
- [FQKV73] H. Flocard, P. Quentin, A. K. Kerman and D. Vautherin, Nucl. Phys. A **203**, 433-472 (1973).
- [Fu39] W. H. Furry, Phys. Rev. **56** (1939).
- [Goe35] M. Goepfert-Mayer, Phys. Rev. **48**, 512-516 (1935).
- [Ha90] J. C. Hardy et al., Nucl. Phys. A **509**, 429-460 (1990).
- [Har28] D. R. Hartree, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **24**, 28 (1928).
- [KI13] J. Kotila and F. Iachello, Phys. Rev. C **87**, 024313 (2013).
- [Mu92] K. Muto et al., Z. Phys. A **341**, 407-415 (1992).
- [Ost92] F. Osterfelder, Rev. Mod. Phys. **64**, 491 (1992).
- [Pup11] P. Puppe et al., Phys. Rev. C **84**, 051305 (2011).

- [RS80] P. Ring and P. Schuck. *The nuclear many body problem*. Springer-Verlag, Berlin (1980).
- [Ro68] D. J. Rowe, Rev. Mod. Phys. **40**, 301 (1968).
- [Row70] D. J. Rowe. *Nuclear Collective Motion*. Methuen, London (1970).
- [Sar98] P. Sarriguren et al., Nucl. Phys. A **635**, 55-85 (1998).
- [SG81] N. van Giai and H. Sagawa, Phys. Lett. B **106**, 379-382 (1981).
- [Sk56] T. H. R. Skyrme, Phys. Mag. **1**, 1043 (1956).
- [Sk59] T. H. R. Skyrme, Nucl. Phys. **9**, 615 (1959).
- [SME01] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra and A. Escuderos, Phys. Rev. C **64**, 064306 (2001).
- [SMM16] P. Sarriguren, O. Moreno and E. Moya de Guerra, *Advances in High Energy Physics*, vol. 2016, 6391052 (2016).
- [SPF04] F. Simkovic, L. Paceaescu and A. Faessler, Nucl. Phys. A **733**, 321-350 (2004).
- [Sto16] S. Stoica, J. Phys.: Conf. Ser. **718**, 062956 (2016)
- [Thi12a] J. H. Thies et al., Phys. Rev. C **86**, 014304 (2012).
- [Thi12b] J. H. Thies et al., Phys. Rev. C **86**, 054323 (2012).
- [Thi12c] J. H. Thies et al., Phys. Rev. C **86**, 044309 (2012).
- [Vau73] D. Vautherin, Phys. Rev. C **7**, 296-313 (1973).
- [VB72] D. Vautherin and D. M. Brink, Phys. Rev. C **5**, 626-647 (1972).
- [WM74] W. H. Wilkinson and B. E. F. Macefield, Nucl. Phys. A **232**, 58-92 (1974).